

FLEXÃO DE ELEMENTOS CURVOS EM COMPÓSITOS OBTIDOS POR AUTOCLAVE

J. Travassos e A. Leite

Instituto Superior de Engenharia de Lisboa
Departamento de Engenharia Mecânica – Secção de Projecto Mecânico
Rua Conselheiro Emídio Navarro, 1
1950-062 Lisboa – Portugal
<http://www.dem.isel.ipl.pt/seccoes/pagspm/projindex.htm>
joaot@dem.isel.ipl.pt
leite@dem.isel.ipl.pt

Palavras-chave: Materiais compósitos de elevado desempenho mecânico, Elementos curvos, Flexão, Tensões radiais, Tensões tangenciais, Delaminação, Anisotropia.

Resumo. *Com este trabalho pretende-se dar continuidade a um estudo analítico e numérico sobre o comportamento mecânico de vigas à flexão, contendo elementos curvos. Analisou-se a influência de duas sequências de empilhamento: simétrica e não simétrica. Estes elementos serão obtidos recorrendo ao processo de autoclave, usando pré-impregnados de fibras de vidro em matriz epoxídica, correntemente usados na produção de equipamento móvel. A simulação analítica foi feita com base na teoria multicamada de Ko e Jackson. Na simulação numérica foram implementados, no programa comercial ANSYS 8.0, modelos usando elementos de casca e sólidos, ambos de multicamada.*

1. INTRODUÇÃO

Na maioria das aplicações de engenharia fabricadas em material compósito há necessidade de empregar componentes com uma certa curvatura. Um exemplo comum são os reforços de painéis, placas, cascas, e vigas, que podem ser encontrados por exemplo em aplicações de engenharia aeronáutica, automóvel, civil e naval. Os elementos curvos com geometria semicircular e com formato de cantoneira, são assim muito frequentes.

Um dos maiores óbices da utilização dos materiais compósitos é a susceptibilidade à delaminação entre as suas camadas. Os elementos curvos submetidos a esforços de flexão sofrem uma tensão radial na zona curva que é determinante para o início da delaminação neste local [1], [2].

É frequente o caso em que a resistência mecânica ao longo da espessura do laminado é baixa quando comparada com a resistência à compressão e ao corte. Em tais casos as tensões radiais são potenciais causadoras de mecanismos de degradação. Isto pode tomar a forma de um modo de iniciação de delaminação entre as camadas ou um modo de rotura da matriz que envolve as fibras. Uma vez o mecanismo iniciado é então possível que as delaminações e as fendas se comecem a espalhar sob cargas cíclicas, o que pode levar a uma falha total prematura da estrutura [3].

No presente trabalho faz-se uma simulação analítica e numérica de um elemento semicircular sujeito a uma força nas suas extremidades, que induzem nele um esforço de flexão. Na figura 1 mostra-se um exemplo de uma estrutura multimaterial [4] onde são utilizadas vigas curvas [5].



Figura 1-. Estrutura multimaterial onde são utilizadas vigas curvas.

Os elementos curvos em materiais compósitos e o mecanismo de delaminação a eles associado continuam alvo de interesse e estudo; prova disso é a edição de uma norma de ensaio destes materiais, a ASTM D6415 [6] datada do ano de 2000. Esta norma aborda especificamente os elementos curvos em cantoneira de abas iguais. Os autores deste artigo desenvolveram o modelo tridimensional do dispositivo de ensaio referenciado nesta norma o qual se pode observar na figura 2.

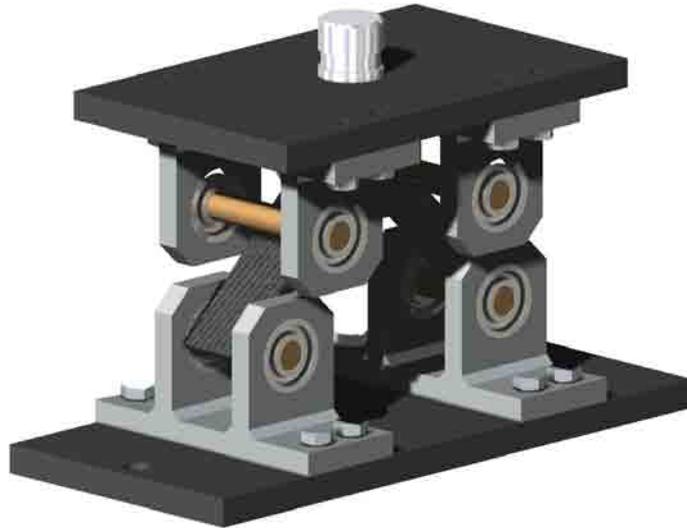
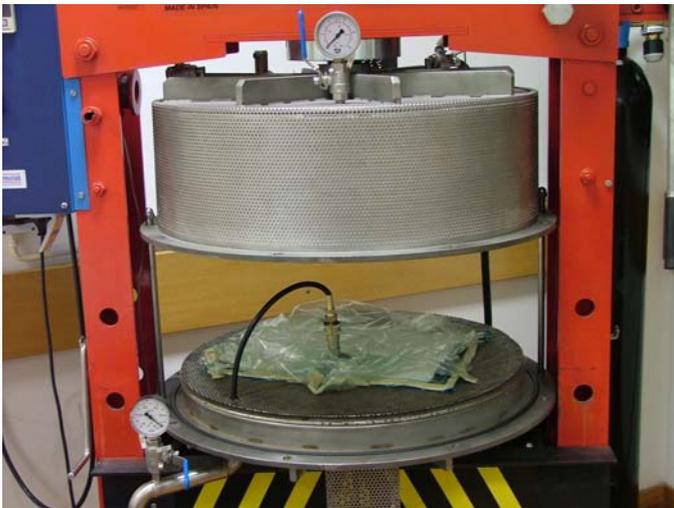


Figura 2-. Dispositivo de ensaio de vigas curvas segundo ASTM D6415.

Em próximos trabalhos para além de seguir esta norma também serão fabricados diversos provetes em autoclave laboratorial figura 3-a) e feita a análise experimental com o dispositivo da figura 3-b).



a)



b)

Figura 3-. Autoclave e dispositivo de ensaio de vigas curvas.

2. MATERIAIS E DETALHES GEOMÉTRICOS DOS ELEMENTOS CURVOS

O material utilizado para a simulação analítica e numérica é um unidireccional de vidro (código ug) pré-impregnado em resina epoxídica com a designação VEE45, R367, da marca Structil. A espessura de cada camada é de 0,35 mm e as propriedades elásticas são as seguintes:

$$E_L = 39,3 \text{ GPa}; E_T = 4,5 \text{ GPa}; \nu_{LT} = 0,29 \text{ e } G_{LT} = 3,0 \text{ GPa.}$$

A sequência de empilhamento do elemento, a qual foi designada por ALV1 é a seguinte:

$[45_{ug}, 0_{ug}, 45_{ug}, (0_{ug})_2, 45_{ug}, 0_{ug}]_s$, tendo uma espessura total de $14 \cdot 0,35 = 4,9 \text{ mm}$.

As propriedades do laminado, são calculadas através da teoria das placas laminadas e são respectivamente para as orientações da fibra de 0° e 45° :

	0°	45°
E_θ [GPa]	39,3	7,064
E_r [GPa]	4,5	7,064
$G_{r\theta}$ [GPa]	3	3,812
$\nu_{r\theta}$	0,0332	0,1774

Tabela 1. Propriedades elásticas do laminado.

O elemento curvo é composto por um elemento semicircular contendo duas abas planas para aplicação das forças através de parafusos e tem a seguinte geometria (figura 4):

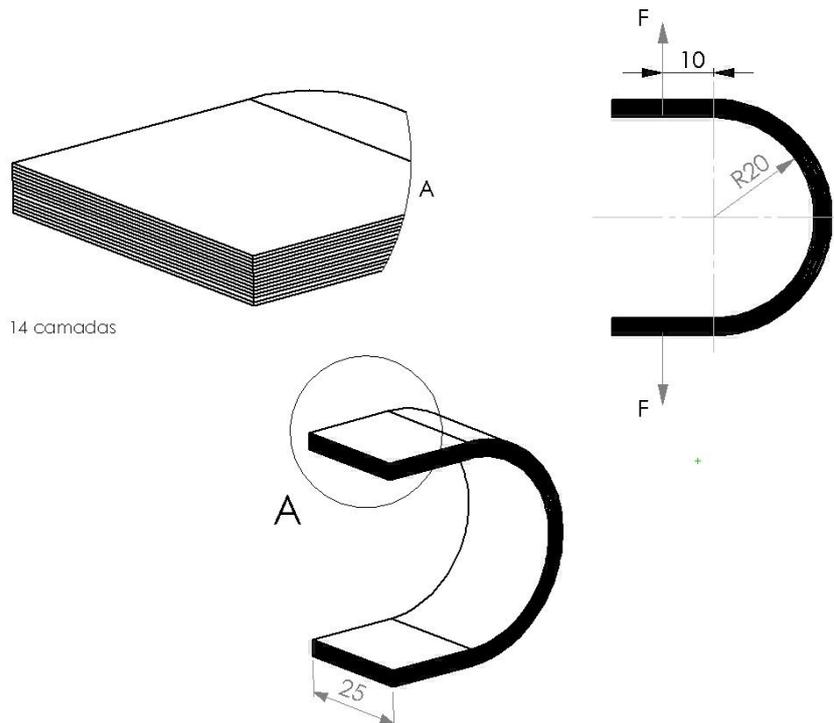


Figura 4-. Geometria da viga ALV1.

3. SOLUÇÃO ANALÍTICA

Foram implementados dois modelos analíticos: a viga ALV1 (empilhamento simétrico) e esta mesma viga apenas com metade das camadas (empilhamento não simétrico), a fim de analisar o desequilíbrio provocado pelo facto de não haver simetria.

A viga curva estudada é semicircular contendo duas abas planas para aplicação da força de flexão descentrada relativamente ao centro do raio (ver figura 5 - esquerda). Usando o princípio da sobreposição, este caso de carga é equivalente à soma dos dois casos de carga assinalados na mesma figura. Um consiste na aplicação da força centrada (imagem do meio) e o outro (imagem da direita) num momento de flexão puro $M = P.e$, com $e = 10 \text{ mm}$ [7].

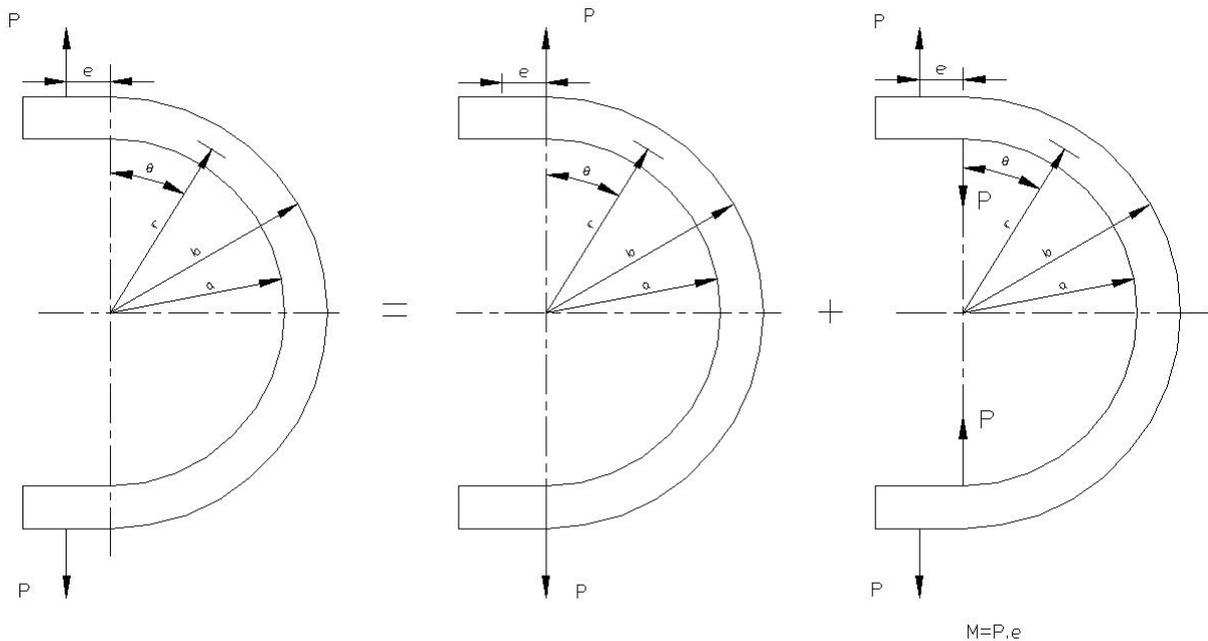


Figura 5-. Flexão da viga ALV1 equivalente à soma de uma força centrada e um momento.

O raio interior, a , das vigas é de 20 mm; o raio exterior, b , é de 24,9 mm para a viga ALV1 e de 22,45 mm para a viga ALV1 não simétrica.

A solução analítica tem como base a teoria multicamada desenvolvida por Ko e Jackson [7], baseada na teoria da elasticidade anisotrópica clássica (Lekhnitskii, S. G.). Os campos de tensões e deformações numa viga curva de material contínuo e linearmente elástico, com anisotropia cilíndrica, sujeita a uma força e a um momento nas suas extremidades, são obtidos através do estabelecimento de funções de Airy escritas num sistema de coordenadas cilíndrico. As funções de Airy são compostas por constantes arbitrárias quer para as forças (A, B, C, D) quer para os momentos (A', B', C', D') e ainda por dois parâmetros anisotrópicos β e k , que são função das propriedades elásticas do laminado, calculadas pela teoria das placas laminadas. As constantes arbitrárias são obtidas através da aplicação das condições de fronteira às funções de tensão de Airy, resultando num sistema de equações, representado na forma de uma matriz de dimensão 36 para o caso da viga ALV1 simétrica e

de 18 para a viga ALV1 não simétrica. Ou seja, são necessárias três equações para descrever o comportamento de cada camada. Depois de resolvido este sistema e encontradas as constantes arbitrárias, calcularam-se as tensões radiais e tangenciais bem como os deslocamentos nessas direcções ao longo da espessura do laminado. Abaixo apresentam-se as principais equações desta teoria.

As funções de Airy são:

Para as forças P,

$$F = [Ar^{1+\beta} + Br^{1-\beta} + Cr + Dr \ln r] \cdot \text{sen} \theta \quad (1)$$

Para os momentos M,

$$F = A'r + B'r^2 + C'r^{1+k} + D'r^{1-k} \quad (2)$$

Os parâmetros anisotrópicos são:

$$\beta = \sqrt{1 + \frac{E_\theta}{E_r} (1 - 2\nu_{r\theta}) + \frac{E_\theta}{G_{r\theta}}} \quad (3)$$

$$k = \sqrt{\frac{E_\theta}{E_r}} \quad (4)$$

As tensões num corpo com anisotropia cilíndrica podem ser expressas em termos das funções de Airy F como:

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} \quad (5)$$

$$\sigma_\theta = -\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} \quad (6)$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} \left(\frac{F}{r} \right) \quad (7)$$

Substituindo as equações (1) e (2) nas equações (5) a (7) resultam as seguintes expressões em ordem às constantes arbitrárias desconhecidas. Para as forças P,

$$\sigma_r(r, \theta) = \left[A\beta r^{\beta-1} - B\beta r^{-\beta-1} + \frac{D}{r} \right] \text{sen} \theta \quad (8)$$

$$\sigma_r(r, \theta) = \left[A\beta(1+\beta)r^{\beta-1} - B\beta(1-\beta)r^{-\beta-1} + \frac{D}{r} \right] \sin \theta \quad (9)$$

$$\tau_{r\theta}(r, \theta) = - \left[A\beta r^{\beta-1} - B\beta r^{-\beta-1} + \frac{D}{r} \right] \cos \theta \quad (10)$$

Para os momentos M,

$$\sigma_r(r) = 2B' + C'(1+k)r^{k-1} + D'(1-k)r^{-k-1} \quad (11)$$

$$\sigma_\theta(r) = 2B' + C'k(1+k)r^{k-1} - D'k(1-k)r^{-k-1} \quad (12)$$

$$\tau_{r\theta} = 0 \quad (13)$$

Os deslocamentos são definidos como:

Para as forças P,

$$u_r(r, \theta) = \left\{ Ar^\beta \left[\frac{1}{E_r} - (1+\beta) \frac{v_{\theta r}}{E_\theta} \right] + Br^{-\beta} \left[\frac{1}{E_r} - (1-\beta) \frac{v_{\theta r}}{E_\theta} \right] + D(\ln r) \left(\frac{1}{E_r} - \frac{v_{\theta r}}{E_\theta} \right) \right\} \sin \theta \quad (14)$$

$$u_\theta(r, \theta) = \left\{ Ar^\beta \left[\frac{1}{E_r} - \beta(1+\beta) \frac{1}{E_\theta} - \frac{v_{\theta r}}{E_\theta} \right] + Br^{-\beta} \left[\frac{1}{E_r} + \beta(1-\beta) \frac{1}{E_\theta} - \frac{v_{\theta r}}{E_\theta} \right] + D \left[(\ln r) \left(\frac{1}{E_r} - \frac{v_{\theta r}}{E_\theta} \right) - \left(\frac{1}{E_\theta} - \frac{v_{\theta r}}{E_\theta} \right) \right] \right\} \cos \theta \quad (15)$$

Para os momentos M,

$$u_r(r) = B' \left\{ 2r \left(\frac{1}{E_r} - \frac{v_{\theta r}}{E_\theta} \right) \right\} + C' \left\{ (1+k)r^k \left(\frac{1}{k} \frac{1}{E_r} - \frac{v_{\theta r}}{E_\theta} \right) \right\} - D' \left\{ (1-k)r^{-k} \left(\frac{1}{k} \frac{1}{E_r} + \frac{v_{\theta r}}{E_\theta} \right) \right\} \quad (16)$$

$$u_\theta(r, \theta) = B' \left\{ 2r \left(\frac{1}{E_\theta} - \frac{1}{E_r} \right) \right\} \theta \quad (17)$$

A seguir mostram-se os resultados obtidos para as tensões radiais e tangenciais para a viga ALV1, para $\theta = 180^\circ$ (ponto de ligação da aba inferior com a parte semi-circular) uma vez que houve problemas nos modelos numéricos, que nos forçaram a estudar apenas esta zona. O estudo foi feito para uma carga $P = 300$ N e momento flector $M = -3$ N.m:

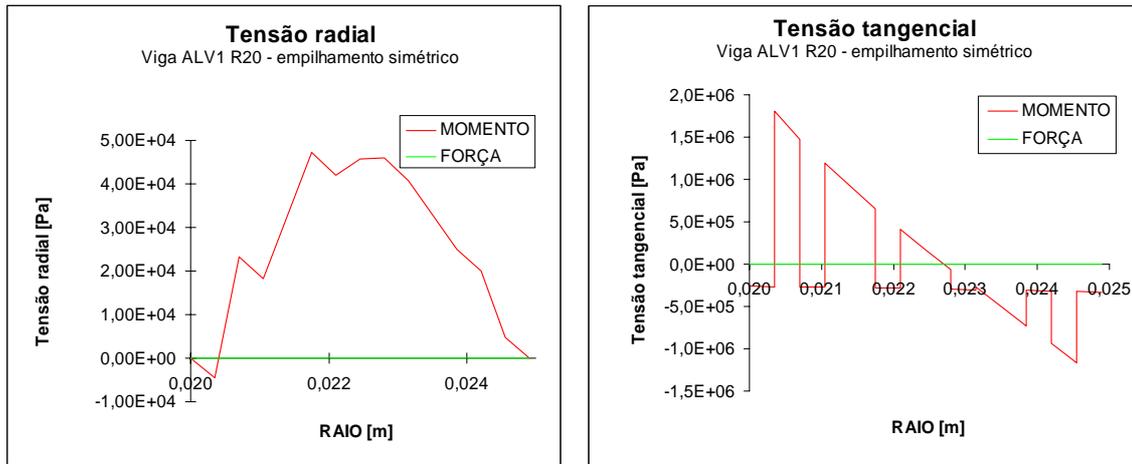


Figura 6-. Tensão radial e tangencial para a viga ALV1 (empilhamento simétrico)

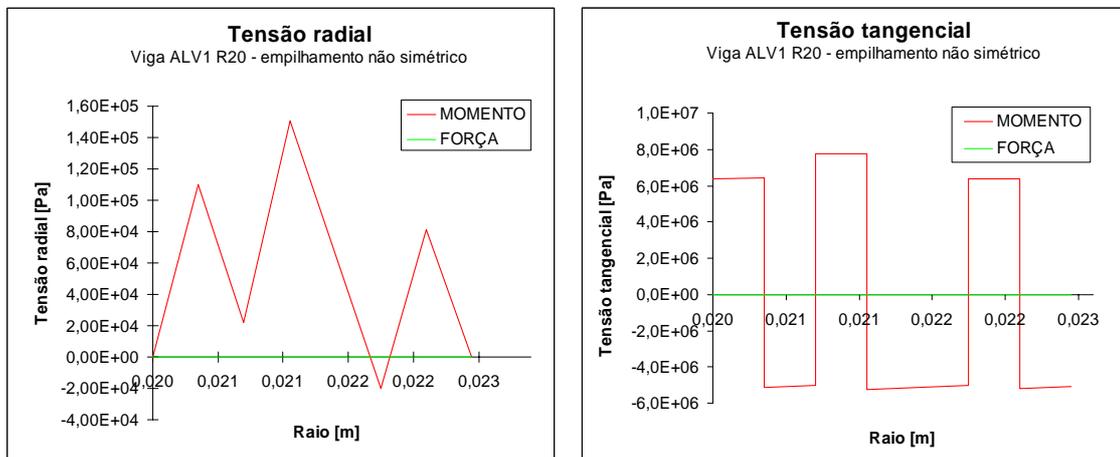


Figura 7-. Tensão radial e tangencial para a viga ALV1, empilhamento não simétrico.

4. SIMULAÇÃO NUMÉRICA

A simulação numérica do elemento curvo foi feita no programa Ansys 8.0 [8]. Foram criados dois modelos: um de superfícies, discretizado em elementos de casca multicamada (SHELL99 Linear Layered Structural Shell) e outro de elementos sólidos multicamada (SOLID46 3-D 8-Node Layered Structural Solid). Relativamente ao modelo de casca, o número total de elementos foi de 1360 e de 4257 nós. As condições de fronteira aplicadas no Ansys, para este caso, foram as seguintes:

Aresta da extremidade inferior – impossibilitada de se deslocar segundo as três direcções estando contudo os nós nessa aresta livres de rodar em torno da mesma.

Aresta da extremidade superior – impossibilitada de se deslocar segundo as direcções horizontais e com possibilidade de se deslocar verticalmente, estando os nós nessa aresta

livres de rodar em torno dela. Restringiu-se também o deslocamento da viga lateralmente.

Aplicou-se a carga $P = 300 \text{ N}$ distribuída pelos nós da aresta superior, com direcção vertical e com sentido de baixo para cima.

Foi construído um sistema de coordenadas cilíndrico posicionado no centro de curvatura do elemento e a meio da sua largura.

Estes procedimentos foram executados para a viga ALV1 (empilhamento simétrico - catorze camadas) e para o modelo de sete camadas não simétrico.

As imagens seguintes mostram alguns dos resultados obtidos, para o elemento de casca multicamada.

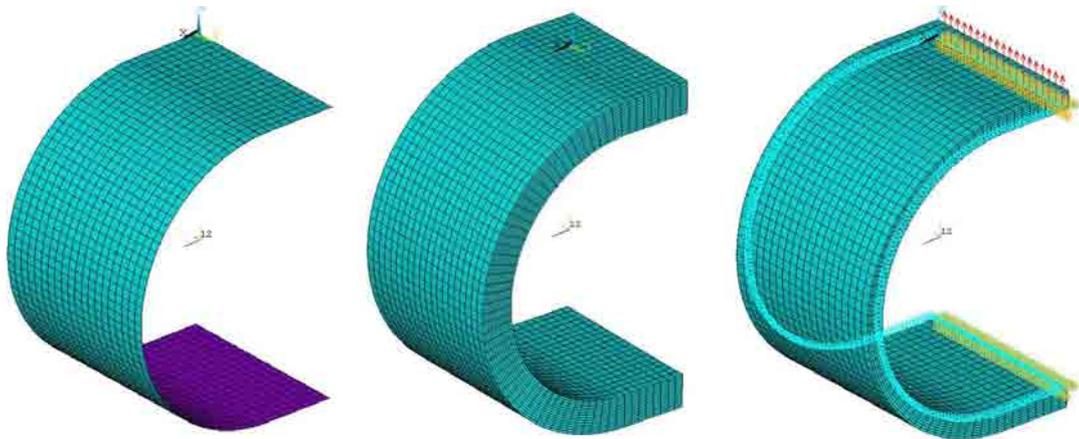


Figura 8-. Modelo de elementos finitos com visualização das camadas, condições de fronteira e forças.

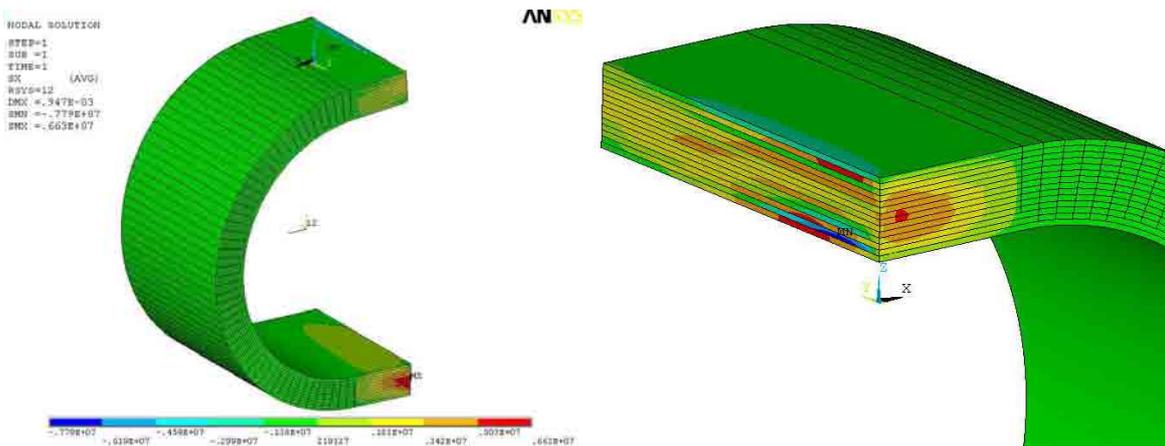


Figura 9-. Tensões radiais [Pa] para o empilhamento simétrico.

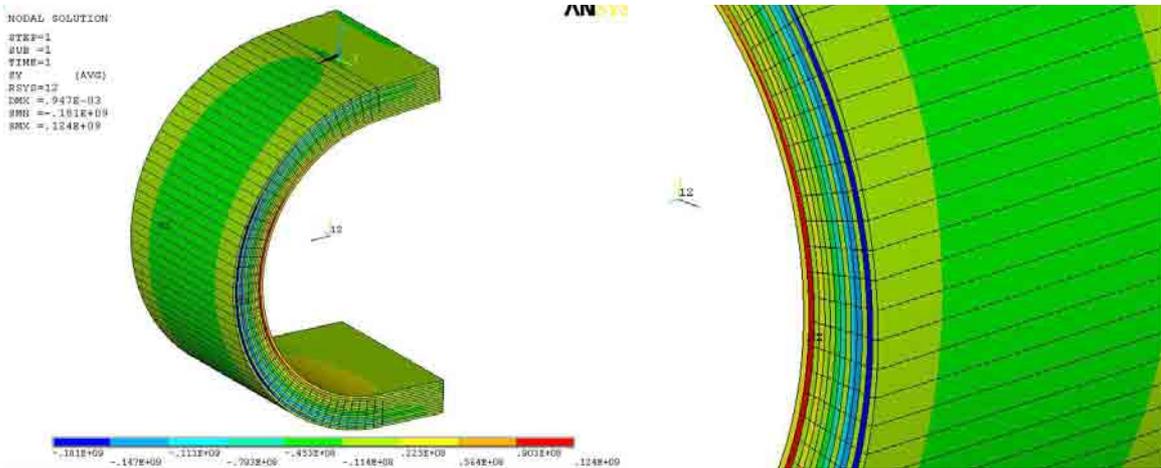


Figura 10-. Tensões tangenciais [Pa] para o empilhamento simétrico.

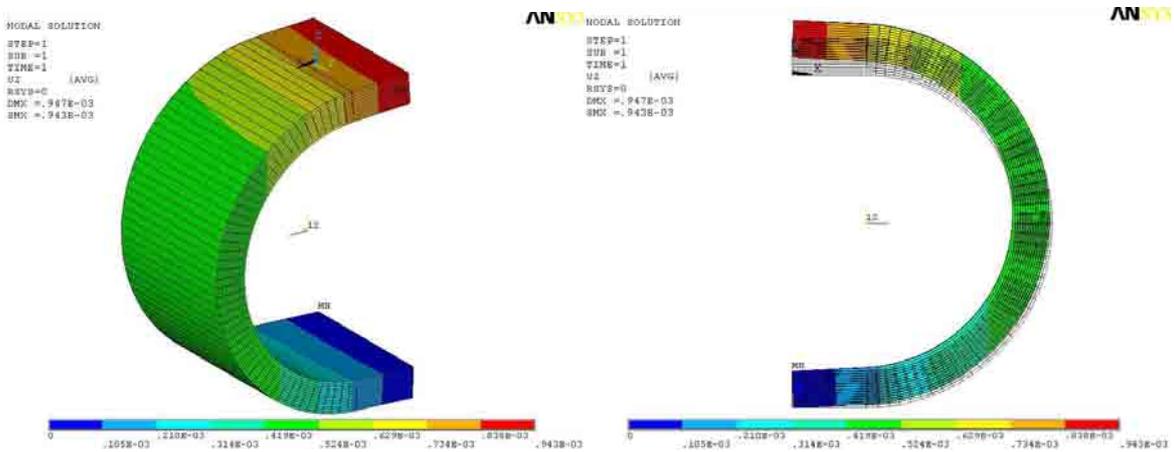


Figura 11-. Deslocamento vertical [m] para o empilhamento simétrico.

O deslocamento máximo vertical foi de 0,947 mm.

Relativamente ao modelo de elementos sólidos, foi apenas feito um modelo para a viga ALV1, de empilhamento simétrico, resultando num número total de elementos de 11520 e de 13520 nós. As condições de fronteira aplicadas foram as seguintes:

Linha de nós a meio da espessura da extremidade inferior – impossibilitada de se deslocar segundo as três direcções, não tendo este elemento possibilidade de introduzir restrições para a rotação dos nós.

Linha de nós a meio da espessura da extremidade superior – impossibilitada de se deslocar segundo as direcções horizontais e com possibilidade de se deslocar verticalmente. As faces laterais do elemento foram também impossibilitadas de se deslocar na direcção normal às mesmas (paralela ao eixo de rotação do elemento).

Aplicou-se a carga $P = 300 \text{ N}$ distribuída pelos nós da aresta superior, com direcção vertical e com sentido de baixo para cima. O deslocamento máximo vertical foi de $0,899 \text{ mm}$. Foi também construído um sistema de coordenadas cilíndrico posicionado no centro de curvatura do elemento curvo e a meio da sua largura.

Este modelo ainda está a ser desenvolvido sendo apenas aqui apresentados resultados preliminares.

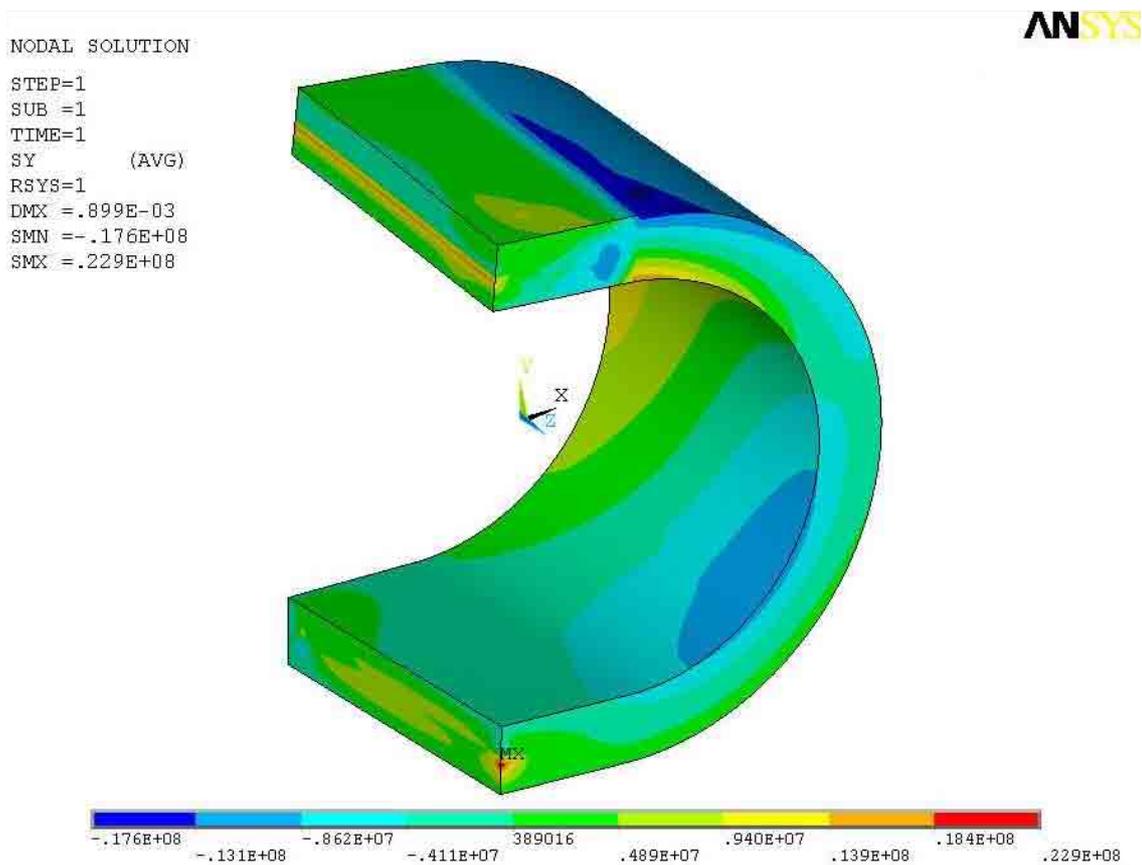


Figura 12-. Tensões tangenciais para o modelo com elementos sólidos, para a camada 9.

5. COMPARAÇÃO DE RESULTADOS

A comparação entre os resultados numéricos e analíticos foi efectuada apenas para o modelo numérico de elementos de casca e apresenta-se a seguir.

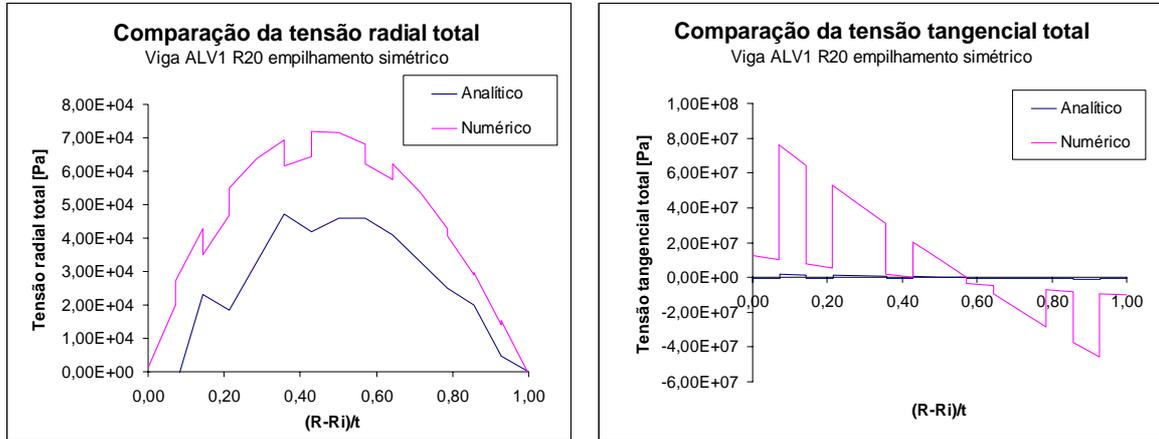


Figura 13-. Comparação entre o estudo analítico e numérico para a tensão radial e tangencial total para a viga ALV1, caso simétrico.

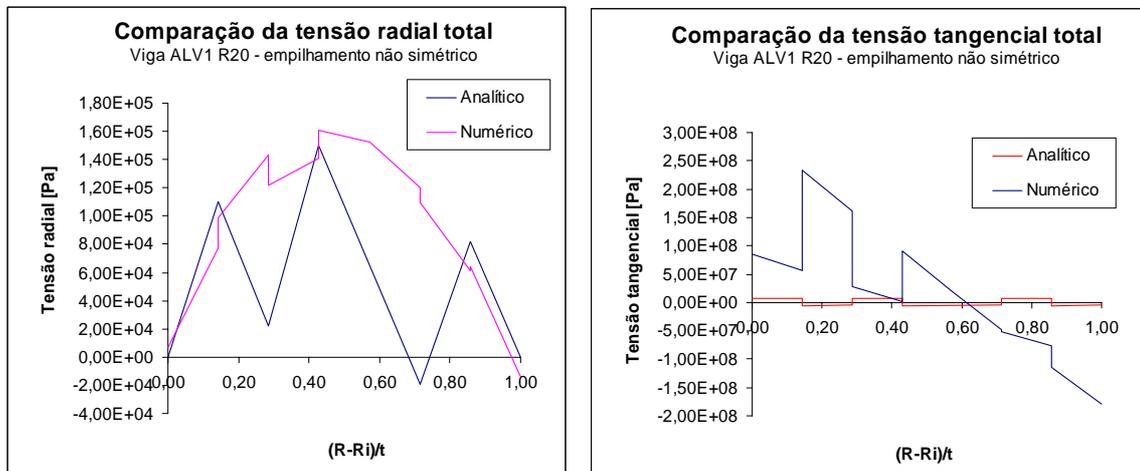


Figura 14-. Comparação entre o estudo analítico e numérico para a tensão radial e tangencial total para a viga ALV1, caso não simétrico.

6. CONCLUSÕES

Os dois métodos utilizados (analítico e numérico) permitem prever o comportamento de elementos curvos em materiais compósitos sujeitos a um esforço de flexão. Consta-se que embora os resultados analíticos e numéricos sejam diferentes, o programa Ansys fornece uma previsão coerente com as referências bibliográficas.

As tensões radiais induzidas pela força P são nulas para a zona em que $\theta = 180^\circ$, sendo as tensões radiais totais apenas devidas ao momento M . O empilhamento não simétrico revelou resultados mais aproximados para as tensões radiais entre os dois métodos, por comparação com o simétrico; embora tenha discontinuidades mais acentuadas na curva de tensão radial. Os valores das tensões axiais não se aproximam muito entre o modelo numérico e o analítico, denotando porventura os problemas verificados nas simulações numéricas, que deverão ser solucionados num próximo trabalho. O modelo de elementos sólidos multicamada embora ainda em desenvolvimento, revelou-se mais fiável e robusto, mas demonstrou ser mais difícil de modelar e requereu maiores recursos computacionais. Os deslocamentos máximos verticais dos dois modelos numéricos foram ainda assim aproximados, com 0,947 mm no caso de elementos de casca e de 0,899 mm no caso de elementos de sólidos.

A análise experimental a ser concretizada num próximo trabalho fornecerá pistas importantes para validar o método analítico e/ou numérico.

REFERÊNCIAS

- [1] J. Travassos, M. Freitas, C.M.M. Soares, e A.J. Silva, *Failure Prediction of Composite T-Beams Subjected to Lateral Load on the Web*, ICCS 8, Manuscrito publicado pelo editor I. H. Marshall no International Journal of Composite Structures, Vol. 32, Nos. 1 - 4, 601-607. Elsevier Applied Science Publishers. ISSN: 0263-8223. (1995).
- [2] Silva A, Travassos J, De Freitas M., et Al., *Failure Prediction Of Composite T-Beams Subjected To Lateral Load On The Web*, 8th International Conference On Composite Structures (ICCS/8), SEP, 1995 COMPOS STRUCT 32 (1-4): 601-607 1995
- [3] Sloom, J.H. et al , *Through-The-Thickness Stresses And Failure In The Corner Radius Of A Laminated Composite Section*, ESDU Data Item 94019
- [4] Travassos J, Prina R, Bismark A, Et Al., *Reinforced Shells Made Of Hybrid Epoxy*, Composites 10th International Conference On Experimental Mechanics, Jul 18-22, 1994 Recent Advances In Experimental Mechanics, Vols 1 And 2, 1055-1060, 1994
- [5] Silva A, Travassos J, De Freitas M.M., Et Al., *Mechanical Bending Behavior Of Composite T-Beams*, Composites Structures 25 (1-4): 579-586 1993
- [6] ASTM Standard Test Method for Measuring the Curved Beam Strength of a Fiber-Reinforced Polymer-Matrix Composite (ASTM D 6415-99)
- [7] W.L. Ko e R.H. Jackson, *Multilayer Theory for Delamination Analysis of a Composite Curved Bar Subjected to End Forces and End Moments*, Composite Structures 5, 173-198. (1989).
- [8] Ansys Release 8.0 Documentation.