

# Desenvolvimento de Elementos Curvos em Materiais Compósitos

J. Travassos<sup>1</sup>, A. Leite e C. Simões

<sup>1</sup>Instituto Superior de Engenharia de Lisboa (ISEL), Departamento de Engenharia Mecânica,  
Rua Conselheiro Emídio Navarro 1, 1950-062 Lisboa  
email: joaot@dem.isel.ipl.pt <http://www.dem.isel.ipl.pt/seccoos/pagspm/projindex.htm>

**Sumário:** Esta comunicação tem como objectivo apresentar o trabalho efectuado na Secção de Projecto Mecânico do Departamento de Engenharia Mecânica do ISEL no seguimento de uma bolsa de investigação do Instituto Politécnico de Lisboa. Foi realizada uma revisão bibliográfica sobre elementos curvos em materiais compósitos de modo a adaptar um modelo analítico, um modelo numérico (Ansys 8.0) e modelos físicos para experimentação. O modelo analítico foi baseado na teoria multicamada de Ko e Jackson (NASA). O material usado para fabricar os elementos curvos foi a fibra de vidro, sob a forma unidireccional, pré-impregnada com resina epoxídica, e com a seguinte sequência de empilhamento  $[45/0/45/0_2/45/0]_s$ . O processo utilizado na fabricação dos elementos curvos foi o de autoclave com saco de vácuo e molde macho. O molde macho foi produzido a partir de um bloco de resina maquinável, curado em autoclave.

**Palavras-chave:** Materiais compósitos de elevado desempenho mecânico, Elementos curvos, Flexão, Tensões radiais, Tensões tangenciais, Delaminação, Anisotropia; autoclave.

**Categoria:** Projecto Mecânico.

## 1 Introdução

Na maioria das aplicações de engenharia fabricadas em material compósito há necessidade de empregar componentes com uma certa curvatura. Um exemplo comum são os reforços de painéis, placas, cascas, e vigas, que podem ser encontrados por exemplo em aplicações de engenharia aeronáutica, automóvel, civil e naval. Os elementos curvos com geometria semicircular e com formato de cantoneira, são assim muito frequentes.

Um dos maiores óbices da utilização dos materiais compósitos é a susceptibilidade à delaminação entre as suas camadas. Os elementos curvos submetidos a esforços de flexão sofrem uma tensão radial na zona curva que é determinante para o início da delaminação neste local [1], [2].

É frequente o caso em que a resistência mecânica ao longo da espessura do laminado é baixa quando comparada com a resistência à compressão e ao corte. Em tais casos as tensões radiais são potenciais causadoras de mecanismos de degradação. Isto pode tomar a forma de um modo de iniciação de delaminação entre as camadas ou um modo de rotura da matriz que envolve as fibras. Uma vez o mecanismo iniciado é então possível que as delaminações e as fendas se comecem a espalhar sob cargas cíclicas, o que pode levar a uma falha total prematura da estrutura [3].

No presente trabalho faz-se uma simulação analítica e numérica de um elemento semicircular sujeito a

uma força nas suas extremidades, que induzem nele um esforço de flexão. Na figura 1 mostra-se um exemplo de uma estrutura multimaterial [4] onde são utilizadas vigas curvas [5].



**Figura 1** - Estrutura multimaterial onde são utilizadas vigas curvas.

Os elementos curvos em materiais compósitos e o mecanismo de delaminação a eles associado continuam alvo de interesse e estudo; prova disso é a edição de uma norma de ensaio destes materiais, a ASTM D6415 [6] datada do ano de 2000. Esta norma aborda especificamente os elementos curvos em cantoneira de abas iguais. Os autores deste artigo desenvolveram o modelo tridimensional do dispositivo de ensaio referenciado nesta norma o qual se pode observar na figura 2.



**Figura 2** - Dispositivo de ensaio de vigas curvas segundo ASTM D6415

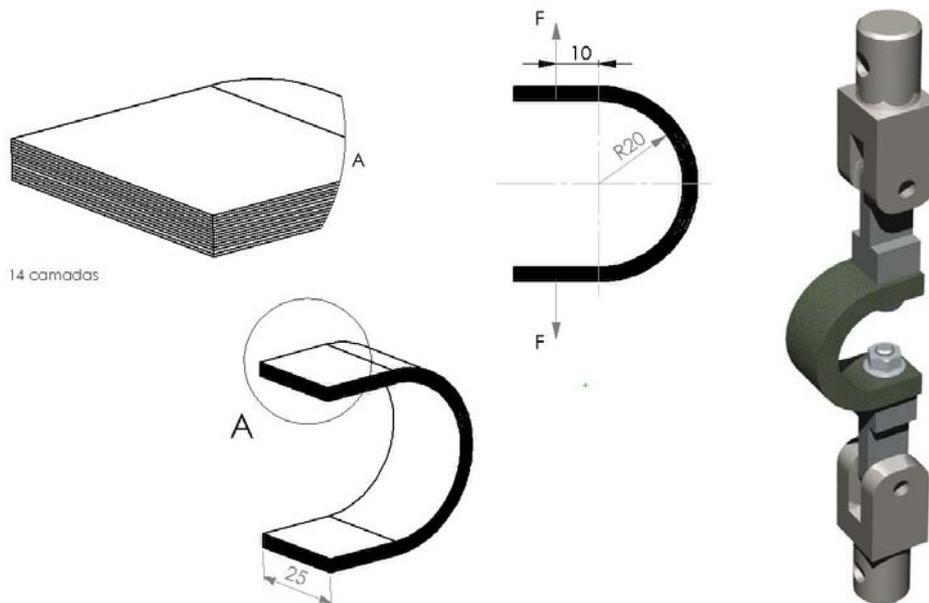
## 2 Materiais e Detalhes Geométricos Dos Elementos Curvos

O material utilizado para a simulação analítica e numérica é um unidireccional de vidro (código ug) pré-impregnado em resina epoxídica com a designação VEE45, R367, da marca Seal. A espessura de cada camada é de 0,35 mm e as propriedades elásticas são as seguintes:

$$E_L = 39,3 \text{ GPa}; E_T = 4,5 \text{ GPa}; \nu_{LT} = 0,29 \text{ e} \\ G_{LT} = 3,0 \text{ GPa}.$$

A sequência de empilhamento do elemento, a qual foi designada por ALV1 é a seguinte:

$[45_{ug}, 0_{ug}, 45_{ug}, (0_{ug})_2, 45_{ug}, 0_{ug}]_s$ , tendo uma espessura total de  $14 \cdot 0,35 = 4,9 \text{ mm}$ .



**Figura 3** – Geometria da viga ALV1 e respectivo dispositivo de ensaio.

As propriedades do laminado, são calculadas através da teoria das placas laminadas e são apresentadas na tabela 1, para as orientações da fibra de  $0^\circ$  e  $45^\circ$ .

**Tabela 1** – Propriedades elástica do laminado

	$0^\circ$	$45^\circ$
$E_\theta$ [GPa]	39,3	7,064
$E_r$ [GPa]	4,5	7,064
$G_{r\theta}$ [GPa]	3	3,812
$\nu_{r\theta}$	0,0332	0,1774

O elemento curvo é composto por um elemento semicircular contendo duas abas planas para aplicação das forças através de parafusos e tem a seguinte geometria (figura 4).

## 3 Solução Analítica

Foram implementados dois modelos analíticos: a viga ALV1 (empilhamento simétrico) e esta mesma viga apenas com metade das camadas (empilhamento não simétrico), a fim de analisar o desequilíbrio provocado pelo facto de não haver simetria. A viga curva estudada é semicircular contendo duas abas planas para aplicação da força de flexão descentrada relativamente ao centro do raio (ver figura 5 - esquerda). Usando o princípio da

sobreposição, este caso de carga é equivalente à soma dos dois casos de carga assinalados na mesma figura. Um consiste na aplicação da força centrada

(imagem do meio) e o outro (imagem da direita) num momento de flexão puro  $M = P.e$ , com  $e = 10$  mm [7].

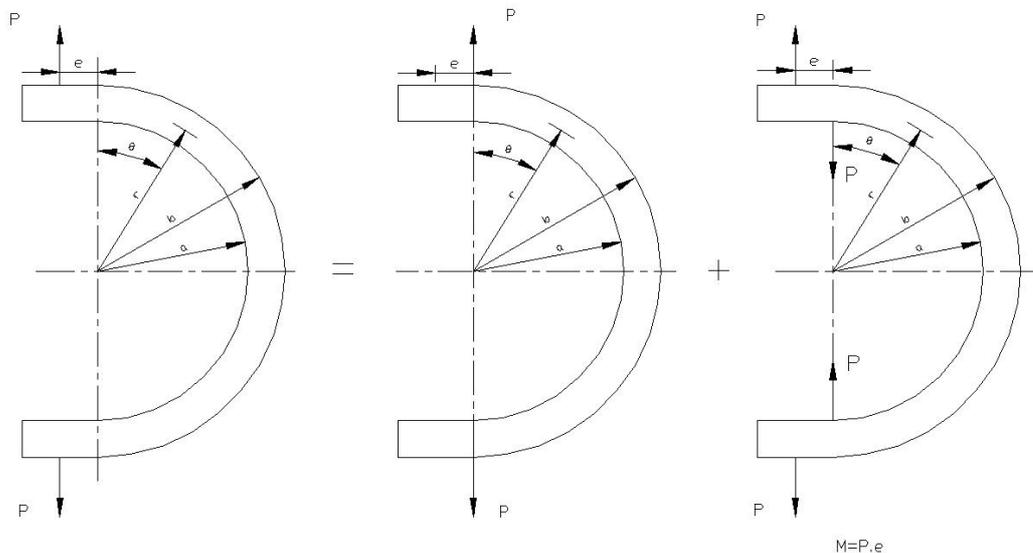


Figura 4 - Flexão da viga ALV1 equivalente à soma de uma força centrada e um momento.

O raio interior,  $a$ , das vigas é de 20 mm; o raio exterior,  $b$ , é de 24,9 mm para a viga ALV1 e de 22,45 mm para a viga ALV1 não simétrica.

A solução analítica tem como base a teoria multicamada desenvolvida por Ko e Jackson [7], baseada na teoria da elasticidade anisotrópica clássica (Lekhnitskii, S. G.). Os campos de tensões e deformações numa viga curva de material contínuo e linearmente elástico, com anisotropia cilíndrica, sujeita a uma força e a um momento nas suas extremidades, são obtidos através do estabelecimento de funções de Airy escritas num sistema de coordenadas cilíndrico. As funções de Airy são compostas por constantes arbitrárias quer para as forças (A, B, C, D) quer para os momentos ( $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ ,  $D'$ ) e ainda por dois parâmetros anisotrópicos  $\beta$  e  $k$ , que são função das propriedades elásticas do laminado, calculadas pela teoria das placas laminadas. As constantes arbitrárias são obtidas através da aplicação das condições de fronteira às funções de tensão de Airy, resultando num sistema de equações, representado na forma de uma matriz de dimensão 36 para o caso da viga ALV1 simétrica e de 18 para a viga ALV1 não simétrica. Ou seja, são necessárias três equações para descrever o comportamento de cada camada. Depois de resolvido este sistema e encontradas as constantes arbitrárias, calcularam-se as tensões radiais e tangenciais bem como os deslocamentos nessas direcções ao longo da espessura do laminado.

Abaixo apresentam-se as principais equações desta teoria. As funções de Airy são:

Para as forças P,

$$F = [Ar^{1+\beta} + Br^{1-\beta} + Cr + Dr \ln r] \cdot \sin \theta \quad (1)$$

Para os momentos M,

$$F = A' + B'r^2 + C'r^{1+k} + D'r^{1-k} \quad (2)$$

Os parâmetros anisotrópicos são:

$$\beta = \sqrt{1 + \frac{E_\theta}{E_r}(1 - 2\nu_{r\theta}) + \frac{E_\theta}{G_{r\theta}}}, e \quad (3)$$

$$k = \sqrt{\frac{E_\theta}{E_r}} \quad (4)$$

As tensões num corpo com anisotropia cilíndrica podem ser expressas em termos das funções de Airy F como:

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2}, \quad (5)$$

$$\sigma_{\theta} = -\frac{\partial^2 F}{\partial r^2}, e \quad (6)$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} \left( \frac{F}{r} \right) \quad (7)$$

Substituindo as equações (1) e (2) nas equações (5) a (7) resultam as seguintes expressões em ordem às constantes arbitrárias desconhecidas.

Para as forças P,

$$\sigma_r(r, \theta) = \left[ A\beta r^{\beta-1} - B\beta r^{-\beta-1} + \frac{D}{r} \right] \sin \theta \quad (8)$$

$$\sigma_{\theta}(r, \theta) = \left[ A\beta(1+\beta)r^{\beta-1} - B\beta(1-\beta)r^{-\beta-1} + \frac{D}{r} \right] \sin \theta, e \quad (9)$$

$$\tau_{r\theta}(r, \theta) = -\left[ A\beta r^{\beta-1} - B\beta r^{-\beta-1} + \frac{D}{r} \right] \cos \theta \quad (10)$$

Para os momentos M,

$$\sigma_r(r) = 2B' + C'(1+k)r^{k-1} + D'(1-k)r^{-k-1} \quad (11)$$

$$\sigma_{\theta}(r) = 2B' + C'k(1+k)r^{k-1} - D'k(1-k)r^{-k-1} \quad (12)$$

$$\tau_{r\theta} = 0 \quad (13)$$

Os deslocamentos são definidos como:

Para as forças P,

$$u_r(r, \theta) = \left\{ Ar^{\beta} \left[ \frac{1}{E_r} - (1+\beta) \frac{\nu_{\theta}}{E_{\theta}} \right] + Br^{-\beta} \left[ \frac{1}{E_r} - (1-\beta) \frac{\nu_{\theta}}{E_{\theta}} \right] + D(\ln r) \left( \frac{1}{E_r} - \frac{\nu_{\theta}}{E_{\theta}} \right) \right\} \sin \theta \quad (14)$$

$$u_{\theta}(r, \theta) = \left\{ Ar^{\beta} \left[ \frac{1}{E_r} - (1+\beta) \frac{\nu_{\theta}}{E_{\theta}} \right] + Br^{-\beta} \left[ \frac{1}{E_r} + (1-\beta) \frac{\nu_{\theta}}{E_{\theta}} \right] + D \left[ (\ln r) \left( \frac{1}{E_r} - \frac{\nu_{\theta}}{E_{\theta}} \right) - \left( \frac{1}{E_{\theta}} - \frac{\nu_{\theta}}{E_r} \right) \right] \right\} \cos \theta \quad (15)$$

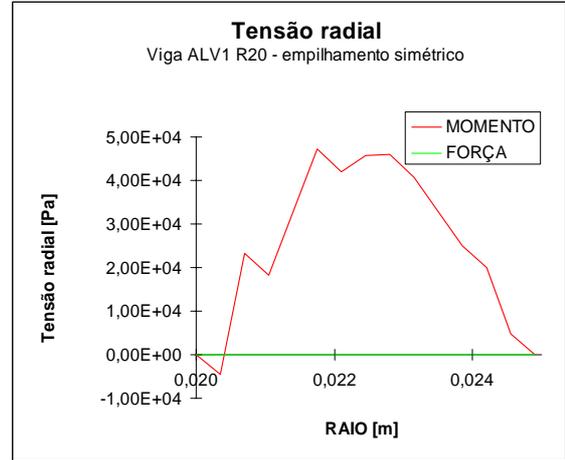
Para os momentos M,

$$u_r(r) = B' \left\{ 2r \left( \frac{1}{E_r} - \frac{\nu_{\theta}}{E_{\theta}} \right) \right\} + C' \left\{ (1+k)r^k \left( \frac{1}{k E_r} - \frac{\nu_{\theta}}{E_{\theta}} \right) \right\} - D' \left\{ (1-k)r^{-k} \left( \frac{1}{k E_r} + \frac{\nu_{\theta}}{E_{\theta}} \right) \right\} \quad (16)$$

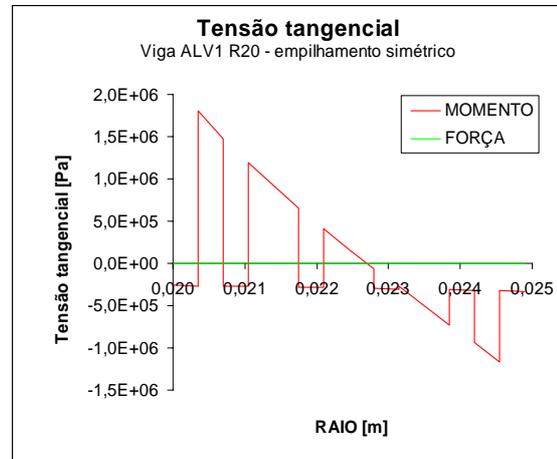
$$u_{\theta}(r, \theta) = B' \left\{ 2r \left( \frac{1}{E_{\theta}} - \frac{1}{E_r} \right) \right\} \theta \quad (17)$$

A seguir mostram-se os resultados obtidos para as tensões radiais e tangenciais para a viga ALV1, para  $\theta = 180^\circ$  (ponto de ligação da aba inferior com a parte semi-circular) uma vez que houve problemas nos modelos numéricos, que nos forçaram a estudar apenas esta zona.

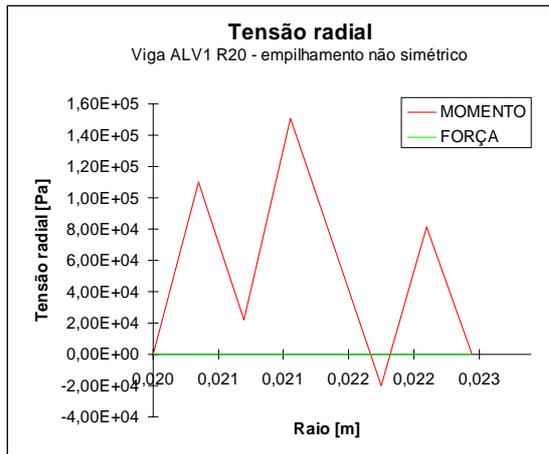
O estudo foi feito para uma carga P = 300 N e momento flector M = - 3 N.m:



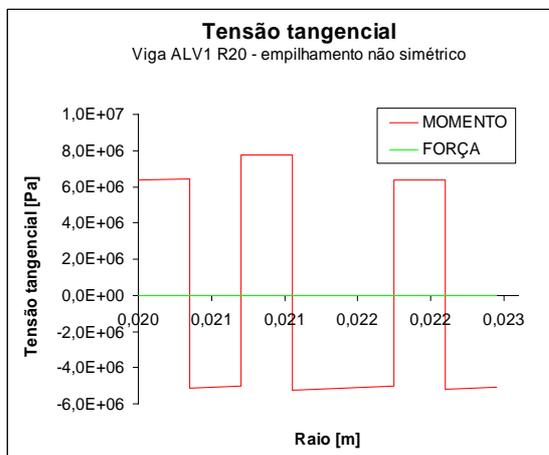
**Gráfico 1** - Tensão radial para a viga ALV1 (empilhamento simétrico).



**Gráfico 2** - Tensão tangencial para a viga ALV1 (empilhamento simétrico).



**Gráfico 3** - Tensão radial para a viga ALV1 (empilhamento não simétrico).



**Gráfico 4** - Tensão tangencial para a viga ALV1 (empilhamento não simétrico).

## 4 Simulação Numérica

A simulação numérica do elemento curvo foi feita no programa Ansys 8.0 [8]. Foram criados dois modelos: um de superfícies, discretizado em elementos de casca multicamada (SHELL99 Linear Layered Structural Shell) e outro de elementos sólidos multicamada (SOLID46 3-D 8-Node Layered Structural Solid). Relativamente ao modelo de casca, o número total de elementos foi de 1360 e de 4257 nós. As condições de fronteira aplicadas no Ansys, para este caso, foram as seguintes:

Aresta da extremidade inferior – impossibilitada de se deslocar segundo as três direcções estando contudo os nós nessa aresta livres de rodar em torno da mesma.

Aresta da extremidade superior – impossibilitada de se deslocar segundo as direcções horizontais e com possibilidade de se deslocar verticalmente, estando os nós nessa aresta livres de rodar em torno dela.

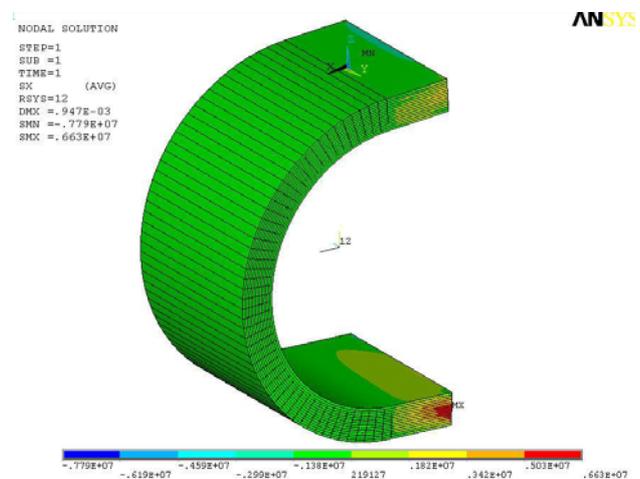
Restringiu-se também o deslocamento da viga lateralmente.

Aplicou-se a carga  $P = 300\text{ N}$  distribuída pelos nós da aresta superior, com direcção vertical e com sentido de baixo para cima (ver figura 7).

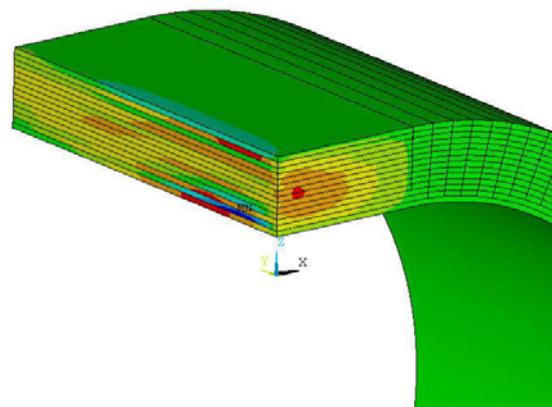
Foi construído um sistema de coordenadas cilíndrico posicionado no centro de curvatura do elemento e a meio da sua largura.

Estes procedimentos foram executados para a viga ALV1 (empilhamento simétrico - catorze camadas) e para o modelo de sete camadas não simétrico.

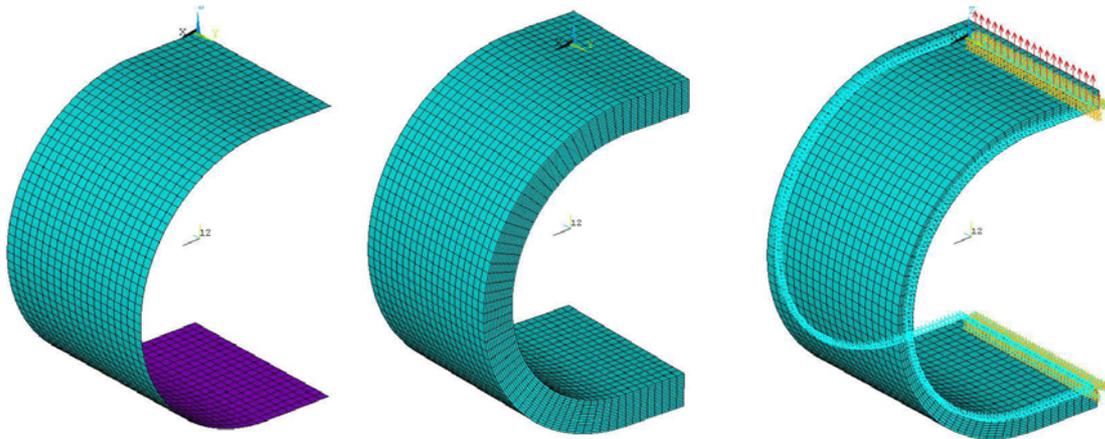
As imagens seguintes mostram alguns dos resultados obtidos, para o elemento de casca multicamada.



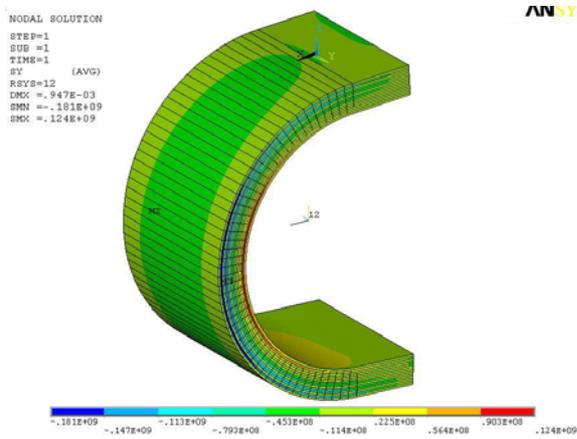
**Figura 5** - Tensões radiais [Pa] para o empilhamento simétrico.



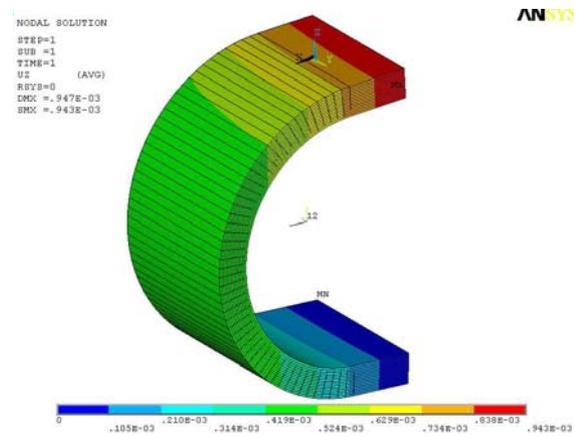
**Figura 6** - Tensões radiais [Pa] para o empilhamento simétrico (detalhe).



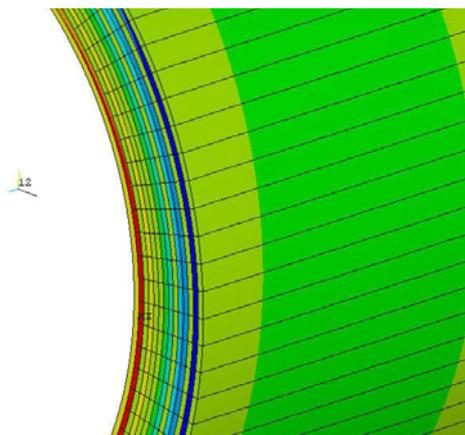
**Figura 7** - Modelo de elementos finitos com visualização das camadas, condições de fronteira e forças



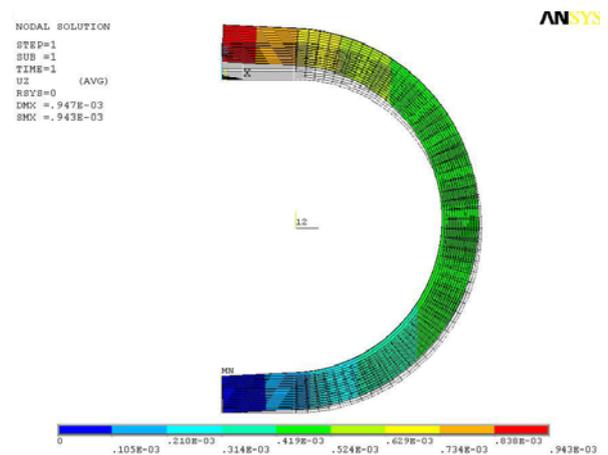
**Figura 8** - Tensões tangenciais [Pa] para o empilhamento simétrico.



**Figura 10** - Deslocamento vertical [m] para o empilhamento simétrico.



**Figura 9** - Tensões tangenciais [Pa] para o empilhamento simétrico (detalhe).



**Figura 11** - Deslocamento vertical [m] para o empilhamento simétrico (vista lateral).

O deslocamento máximo vertical foi de 0,947 mm. Relativamente ao modelo de elementos sólidos, foi apenas feito um modelo para a viga ALV1, de empilhamento simétrico, resultando num número total de elementos de 11520 e de 13520 nós. As condições de fronteira aplicadas foram as seguintes:

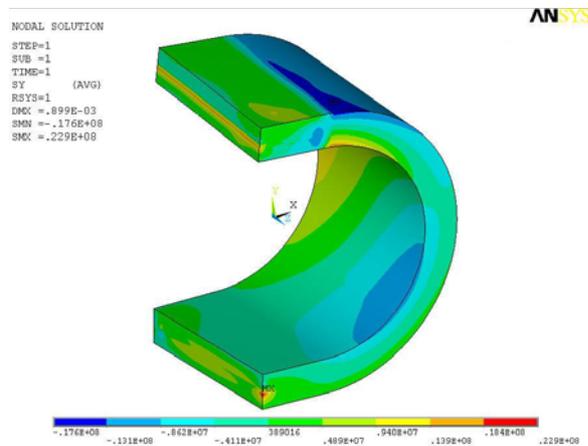
Linha de nós a meio da espessura da extremidade inferior – impossibilitada de se deslocar segundo as três direcções, não tendo este elemento possibilidade de introduzir restrições para a rotação dos nós.

Linha de nós a meio da espessura da extremidade superior – impossibilitada de se deslocar segundo as direcções horizontais e com possibilidade de se deslocar verticalmente. As faces laterais do elemento foram também impossibilitadas de se deslocar na direcção normal às mesmas (paralela ao eixo de rotação do elemento).

Aplicou-se a carga  $P = 300\text{ N}$  distribuída pelos nós da aresta superior, com direcção vertical e com sentido de baixo para cima. O deslocamento máximo vertical foi de 0,899 mm. Foi também construído um sistema de coordenadas cilíndrico posicionado no centro de curvatura

do elemento curvo e a meio da sua largura.

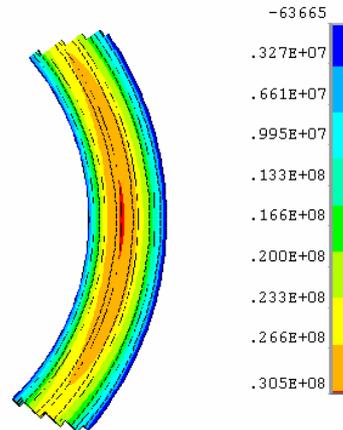
Este modelo ainda está a ser desenvolvido sendo apenas aqui apresentados resultados preliminares (ver figura 12).



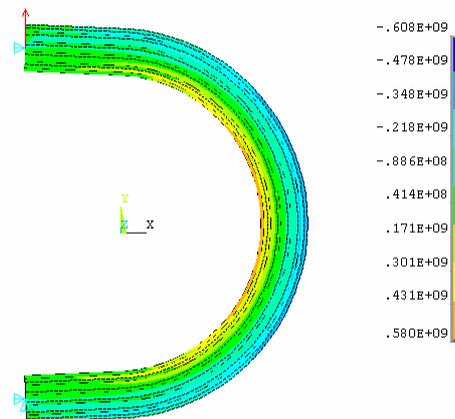
**Figura 12** - Tensões tangenciais para o modelo com elementos sólidos, para a camada 9

Para além da modelação anterior no Ansys fez-se uma nova abordagem com base no trabalho de Hiel [9], e usando o Ansys 9.0. Foram usados elementos planos PLANE82, que são uma versão de ordem mais alta do PLANE42, possuindo 8 nós por elemento. São ideais para formas irregulares e para fronteiras curvas, como é o caso. A malha tem 22400 elementos e 67801 nós e teve como deformada máxima 24,336 mm, para uma carga de 1600 N.

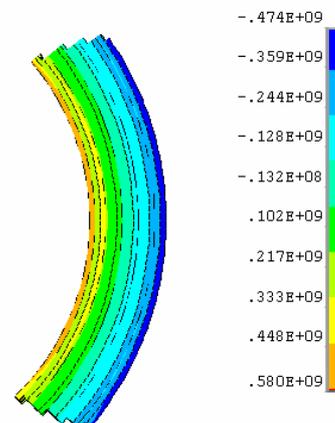
Cada camada foi modelada como sendo ortotrópica com as propriedades referidas no ponto 2 deste artigo (ver tabela 1). Nas figuras seguintes apresentam-se os resultados obtidos.



**Figura 13** – Representação do  $\sigma_x$  [Pa] (detalhe).



**Figura 13** – Representação do  $\sigma_y$  [Pa] (vista lateral).



**Figura 13** – Representação do  $\sigma_y$  [Pa] (detalhe).

## 5 Fabrico dos Elementos Curvos

O fabrico dos elementos curvos é efectuado segundo o processo de autoclave com saco de vácuo. Para uma moldação correcta foi usado um molde macho (ver figura 14), que foi maquinado a partir de um bloco de resina maquinável.

A matéria prima é mantida em arcas frigoríficas, a  $-18^{\circ}\text{C}$ , e é fibra de vidro pré-impregnada com resina epoxídica (vulgo pré-impregnados ou pre-preg).

O molde macho é forrado com plástico (o mesmo usado no saco de vácuo) para evitar a adesão do elemento curvo ao molde, devido à resina que é libertada durante a cura. Depois em ambiente controlado, através de uma câmara de fluxo laminar, procede-se à moldação, camada a camada sobre o molde.

Após terem sido aplicadas as 14 camadas de fibra pré-impregnada segundo a sequência ALV1, obtemos o laminado tal como está representado na figura 15.

De seguida prepara-se o saco de vácuo. Na metodologia seguida utiliza-se uma chapa de aço como base para o saco de vácuo. Os materiais utilizados para o saco são:

- Peel-ply
- Feltro (absorve a resina libertada)
- Filme desmoldante
- Junta selante de vácuo
- Filme para o saco de vácuo

Por questões de optimização de recursos e de tempo de preparação do saco de vácuo foram curados 2 elementos curvos (EC) em cada ciclo do autoclave (ver figura 16).



**Figura 14** – Molde macho.

Após o ciclo de cura, o elemento curvo é desmoldado e fica como está representado na figura 17, sendo depois cortado em secções de 25 mm de largura (ver figura 3).



**Figura 15** – Moldação do elemento curvo.



**Figura 16** – Saco de vácuo com 2 EC, antes de iniciar a cura (vácuo já aplicado).



**Figura 17** – Elemento curvo após cura.

## 6 Ensaio mecânicos

Foram realizados ensaios de tracção aos EC, com recurso ao dispositivo da figura 3. Dos ensaios realizados alguns foram até à delaminação (1650 N) e eventual rotura, sendo que os outros foram efectuados dentro dos limites de elasticidade dos EC e instrumentados com 1 extensómetro na superfície interior e outro na superfície exterior (ver figura 18). Nos ensaios instrumentados a carga máxima foi de 260 N, aplicada em incrementos de

10 N de forma a que se aproximasse de uma aplicação quasi-estática.

A deformação máxima foi de 2,685 mm, no referencial do cabeçote da máquina de ensaio (ver figura seguinte).

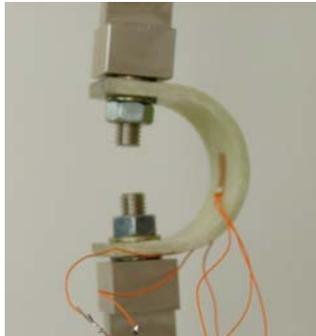


Figura 18 – Elemento curvo em ensaio.

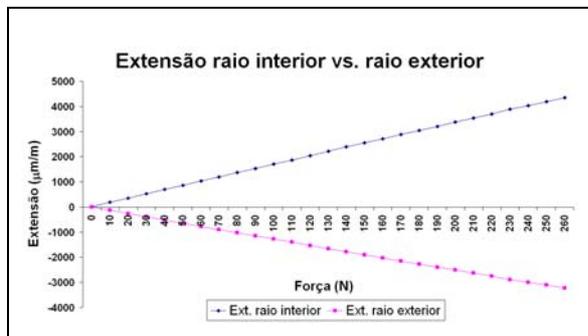


Gráfico 5 – Extensão no raio interior e no exterior.

## 7 Comparação de resultados

A comparação entre os resultados numéricos e analíticos foi efectuada apenas para o modelo numérico de elementos de casca e apresenta-se a seguir.

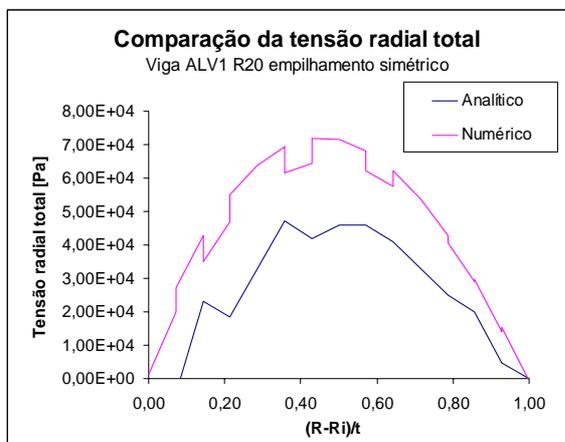


Gráfico 6 - Comparação entre o estudo analítico e numérico para a viga ALV1, caso simétrico.

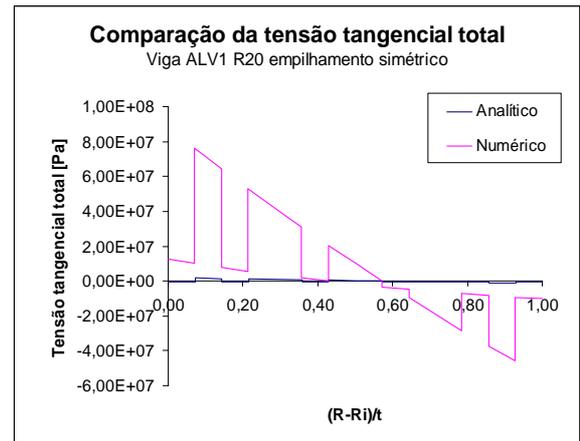


Gráfico 7 - Comparação entre o estudo analítico e numérico para a viga ALV1, caso simétrico.

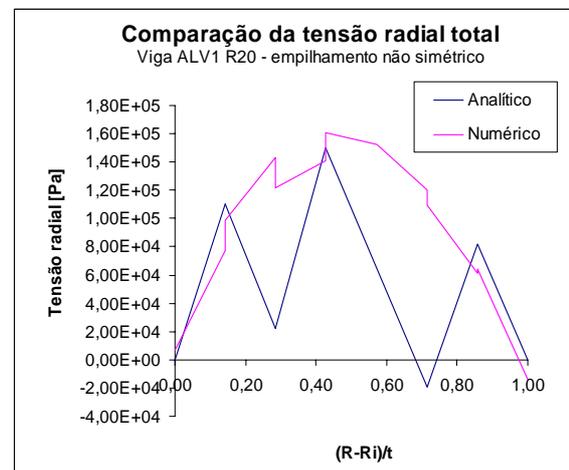


Gráfico 8 - Comparação entre o estudo analítico e numérico para a viga ALV1, caso não simétrico.

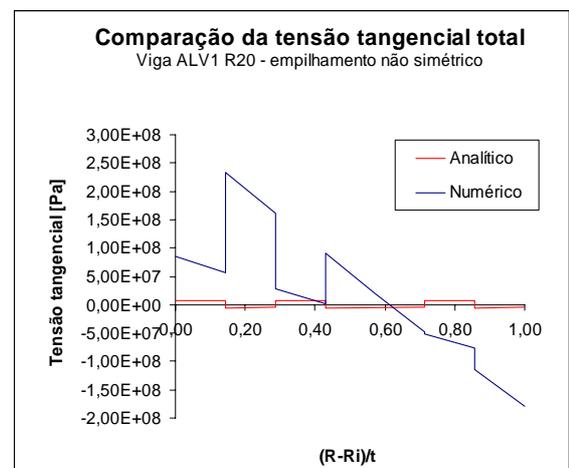


Gráfico 9 - Comparação entre o estudo analítico e numérico para a viga ALV1, caso não simétrico.

## 8 Conclusões

Os dois métodos utilizados (analítico e numérico) permitem prever o comportamento de elementos curvos em materiais compósitos sujeitos a um esforço de flexão. Constata-se que embora os resultados analíticos e numéricos sejam diferentes, o programa Ansys fornece uma previsão coerente com as referências bibliográficas.

As tensões radiais induzidas pela força P são nulas para a zona em que  $\theta = 180^\circ$ , sendo as tensões radiais totais apenas devidas ao momento M. O empilhamento não simétrico revelou resultados mais aproximados para as tensões radiais entre os dois métodos, por comparação com o simétrico; embora tenha discontinuidades mais acentuadas na curva de tensão radial. Os valores das tensões axiais não se aproximam muito entre o modelo numérico e o analítico, denotando porventura os problemas verificados nas simulações numéricas, que deverão ser solucionados num próximo trabalho. O modelo de elementos sólidos multicamada embora ainda em desenvolvimento, revelou-se mais fiável e robusto, mas demonstrou ser mais difícil de modelar e requereu maiores recursos computacionais. Os deslocamentos máximos verticais dos dois modelos numéricos foram ainda assim aproximados, com 0,947 mm no caso de elementos de casca e de 0,899 mm no caso de elementos de sólidos.

Na nova abordagem, recorrendo aos elementos PLANE85, os valores de tensão estão dentro do esperado.

No que respeita aos ensaios mecânicos, os resultados da extensometria são lineares e muito coerentes, sendo no entanto necessários mais ensaios para se poder aferir correctamente os resultados obtidos.

## Referências

- [1] J. Travassos, M. Freitas, C.M.M. Soares, e A.J. Silva, Failure Prediction of Composite T-Beams Subjected to Lateral Load on the Web, ICCS 8, Manuscrito publicado pelo editor I. H. Marshall no International Journal of Composite Structures, Vol. 32, Nos. 1 - 4, 601-607. Elsevier Applied Science Publishers. ISSN: 0263-8223. (1995).
- [2] Silva A, Travassos J, de Freitas M., et al., Failure Prediction of Composite T-Beams Subjected To Lateral Load On The Web, 8th International Conference on Composite Structures (ICCS/8), SEP, 1995 COMPOSITE STRUCTURES 32 (1-4): 601-607 1995
- [3] Sloot, J.H. et al , Through-The-Thickness Stresses And Failure in the Corner Radius of A Laminated Composite Section, ESDU Data Item 94019
- [4] Travassos J, et al., Reinforced Shells Made of Hybrid Epoxy, Composites 10th International Conference On Experimental Mechanics, Jul 18-22, 1994 Recent Advances in Experimental Mechanics, Vols 1 And 2, 1055-1060, 1994
- [5] Silva A, Travassos J, De Freitas M.M., Et Al., Mechanical Bending Behavior Of Composite T-Beams, Composites Structures 25 (1-4): 579-586 1993.
- [6] ASTM Standard Test Method for Measuring the Curved Beam Strength of a Fiber-Reinforced Polymer-Matrix Composite (ASTM D 6415-99)
- [7] W.L. Ko e R.H. Jackson, Multilayer Theory for Delamination Analysis of a Composite Curved Bar Subjected to End Forces and End Moments, Composite Structures 5, 173-198. (1989).
- [8] Ansys Release 8.0 Documentation.
- [9] Clement C. Hiel, Mark Sumich and David P. Chapell, A Curved Beam Test Specimen for Determining the Interlaminar Tensile Strength of a Laminated Composite, Journal of Composite Materials, Vol. 25 854-868 (1991)