
1. Caracterização da Unidade Curricular

1.1 Designação

[2711] Análise Matemática II / Mathematical Analysis II

1.2 Sigla da área científica em que se insere

MAT

1.3 Duração

Unidade Curricular Semestral

1.4 Horas de trabalho

160h 00m, 162h 00m

1.5 Horas de contacto

Total: 67h 30m, 90h 00m das quais T: 45h 00m, 60h 00m | TP: 22h 30m, 30h 00m

1.6 ECTS

6

1.7 Observações

Unidade Curricular Obrigatória

Unidade Curricular comum ao(s) curso(s) de LEETC

2. Docente responsável

[1392] António Carlos dos Santos Paixão

3. Docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular

[1392] António Carlos dos Santos Paixão | Horas Previstas: 90 horas

**4. Objetivos de aprendizagem
(conhecimentos, aptidões e
competências a desenvolver
pelos estudantes)**

1. Reconhecer os conceitos estudados como generalizações das noções relativas às funções reais de variável real.
2. Dominar os conceitos básicos de limite, continuidade e diferenciabilidade de campos escalares e vectoriais.
3. Dominar o cálculo de integrais múltiplos, identificando o domínio e as coordenadas ideais a utilizar.
4. Representar parametricamente linhas e superfícies visando o cálculo dos respetivos integrais e suas aplicações: comprimento, área, fluxo de campos vectoriais e trabalho de forças.
5. Dominar as noções de continuidade e diferenciabilidade de uma função de variável complexa e o cálculo dos seus integrais.
6. Utilizar a visualização e o raciocínio espacial na análise de problemas.
7. Formular analiticamente um problema e estabelecer estratégias adequadas à sua resolução.
8. Saber aplicar os conceitos e técnicas do cálculo diferencial e integral em $\mathbb{R}^n$ nos contextos das outras unidades curriculares.
9. Adquirir capacidades de análise, cálculo e raciocínio dedutivo.

**4. Intended learning outcomes
(knowledge, skills and
competences to be developed
by the students)**

1. Recognize the new concepts as generalizations of those arising in the study of real functions of real variable.
2. To master the basics of limit, continuity and differentiability of scalar and vector fields .
3. To master the calculation of multiple integrals, identifying the domain of integration and the best coordinates to be used.
4. To master the parametric representation of lines and surfaces, the corresponding integral calculus and particular applications: length, area, flux, work.
5. To master the notions of continuity and differentiability for complex variable functions and the calculation of their integrals.
6. To use visual and spatial reasoning in the analysis of problems.
7. To establish analytical formulations of problems and set the appropriate strategies for their resolution.
8. To be able to apply the concepts and techniques of differential and integral calculus in $\mathbb{R}^n$ to the context of other courses.
9. To acquire calculating, analytic and deductive reasoning skills.

5. Conteúdos programáticos

1. Noções topológicas. Domínio, conjunto de nível, limite e continuidade de campos escalares e vectoriais.

1. Cálculo diferencial em $\mathbb{R}^n$: Derivadas segundo um vetor e derivadas parciais. Diferenciabilidade. Vetor gradiente. Derivada da função composta. Derivadas de ordem superior; Teorema de Schwarz . Plano tangente ao gráfico de uma função. Extremos.

1. Cálculo Integral em $\mathbb{R}^n$: integrais duplos e triplos: Teorema de Fubini; Mudança de variáveis. Parametrizações de linhas; Integral de linha de campos escalares e vectoriais. Campos conservativos; Teorema de Green. Integrais de superfície: Parametrizações de superfícies; integral de superfície de campos escalares e vectoriais. Operadores divergência e rotacional. Teoremas da divergência e de Stokes e respectivas aplicações.

1. Função de variável complexa: limites, continuidade e diferenciabilidade; Teorema de Cauchy-Riemann. Integrais de linha. Teorema de Cauchy. Fórmula integral de Cauchy. Singularidades. Pólos. Teorema dos resíduos.

5. Syllabus

1. Topological notions. Domain, set level, limit and continuity of scalar and vector fields.
1. Differential calculus in $\mathbb{R}^n$: Directional and partial derivatives. Differentiability. Gradient vector. Chain rule. Derivatives of higher order; Schwarz' theorem. Tangent plane. Maximum and minimum values of a scalar field.
1. Integral Calculus in $\mathbb{R}^n$; double and triple integrals: Fubini's theorem; change of variables. Parametrizations of lines; Line integrals of scalar and vector fields. Conservative fields;. Green's theorem. Surface integral: Parametrizations of surfaces; Surface integral of scalar and vector fields. Differential operators: gradient, divergence and curl. Divergence or Gauss' theorem and Stokes' theorem and respective applications.
2. Complex variable function: limit, continuity and differentiability; Cauchy-Riemann theorem. Line integrals. Cauchy's theorem. Cauchy integral formula. Singularities. Poles. Residue theorem.

6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

Os objetivos 1 a 5 são cumpridos nos conteúdos programáticos dos capítulos da unidade curricular, nos quais são amplamente desenvolvidas as capacidades de análise, cálculo e raciocínio dedutivo (objetivo 9).

Para além das aplicações estudadas em cada capítulo, o recurso sistemático a problemas aplicados e contextualizados traduz-se numa maior motivação e eficácia da aprendizagem, uma vez que permitem:

- Transmitir o facto do cálculo diferencial e integral em $\mathbb{R}^n$ ser uma ferramenta indispensável no estudo da engenharia;
- Praticar a formulação matemática de problemas, sua resolução e crítica (objetivos 6, 7 e 8);
- Facilitar aos alunos o reconhecimento dos conceitos e técnicas estudados quando a estes têm que recorrer no seguimento dos seus estudos (objetivo 8).

6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes

Goals 1 to 5 are accomplished in the syllabus of the course, in which analysis, calculation and deductive reasoning (goal 9) skills are widely developed.

In addition to the applications studied in each chapter, the systematic use of applied and contextualized problems, implies a greater motivation and learning effectiveness, since they allow:

- to learn the fact that the differential and integral calculus in $\mathbb{R}^n$ is an indispensable tool in engineering;
- to practice the mathematical formulation of problems, their resolution and criticism (goal 6, 7 and 8);
- to facilitate the students recognition of the concepts and techniques studied, when they have to use it in their future studies (goal 8).

7. Metodologias de ensino (avaliação incluída)

Aulas teóricas com base exemplos de aplicação e aulas teórico-práticas com resolução de exercícios teórico-práticos e práticos. É dada ênfase a problemas que interligam as ferramentas desenvolvidas com conceitos estudados em unidades curriculares da especialidade. São disponibilizadas listas de exercícios para um eficaz acompanhamento e cimentar dos conhecimentos.

A avaliação é distribuída com exame final. A avaliação distribuída inclui dois testes a realizar durante o período lectivo com classificações (**NT1** e **NT2**) mínimas de 8 valores , uma das quais pode ser melhorada, em regime de exame parcial, na época normal. A nota da avaliação distribuída é a média aritmética de **NT1** e **NT2** e é alternativa à nota do exame (época normal ou de recurso) na atribuição da nota final (**NF**) . A aprovação à unidade curricular é obtida se **NF** $\geq$ 9.5.

7. Teaching methodologies
(including assessment)

Lectures based on application examples and practical classes in which theoretical and practical exercises are solved. Special emphasis is placed to problems that connect the tools developed in this unit with the concepts studied in other courses. Lists of exercises are offered for an effective monitoring of the study and cementing the knowledge acquired.

The assessment is continuous with final exam. Continuous assessment consists of two tests occurring along the semester, with minimum grades (**NT1** and **NT2**) of 8 values. One of these grades may be improved, as a partial exam, on the first exam date. The continuous assessment grade is the arithmetic average of **NT1** and **NT2** and is an alternative to the exam (first or second date) grade in the calculus of the final grade (**NF**). The student will be approved if **NF** ≥ 9.5 .

8. Demonstração da coerência
das metodologias de ensino
com os objetivos de
aprendizagem da unidade
curricular

As aulas teóricas são essenciais a uma rigorosa e completa cobertura dos tópicos do programa, os quais surgem como resposta a situações e problemas práticos. A resolução de exercícios em contexto de aula permite ilustrar a aplicação prática dos conceitos e ferramentas estudados, ao mesmo tempo que se aprofundam os conhecimentos teóricos.

As listas de exercícios disponibilizadas, pela sua organização, conteúdo e diversidade do grau de dificuldade, permitem ao aluno acompanhar minuciosamente todos os tópicos da matéria e são o principal instrumento do estudo individual. Os exercícios que as constituem são os adequados ao desenvolvimento das capacidades de cálculo e raciocínio dedutivo.

8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes

The lectures are essential to a thorough and complete coverage of the topics of the syllabus, which arise as a response to situations and practical problems. The resolution of exercises in the context of

the classroom allows to illustrate the practical application of concepts and tools studied, while deepen theoretical knowledge.

The offered lists of exercises, by their organization, content, diversity and degree of difficulty, allow students to monitor, closely, all subjects' topics and are the main instrument of individual study. The exercises of those lists are suitable for the development of the computation capacity and deductive reasoning.

9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória

- G. Pires, Cálculo Diferencial e Integral em $\mathbb{R}^n$, IST Press, 2016, ISBN 978989848160
- J. Marsden, A. Tromba, Vector Calculus, 4th Edition, W.H. Freeman and Company, 1996.
- A. Azenha, M. A. Jeronimo, Elementos de Cálculo Diferencial e Integral em $\mathbb{R}$ e $\mathbb{R}^n$, McGraw-Hill, 1995.
- G. Avila, Variáveis Complexas e Aplicações, Livros Técnicos e Científicos Editora, 3a Edição, 1990.

10. Data de aprovação em CTC 2024-07-17 2024-07-17

11. Data de aprovação em CP 2024-06-26 2024-06-26