
1. Caracterização da Unidade Curricular

1.1 Designação

[4043] Cálculo / Calculus

1.2 Sigla da área científica em que se insere

MAT

1.3 Duração

Unidade Curricular Semestral

1.4 Horas de trabalho

172h 00m

1.5 Horas de contacto

Total: 79h 00m das quais T: 45h 00m | TP: 30h 00m | O: 4h 00m

1.6 ECTS

6.5

1.7 Observações

Unidade Curricular Obrigatória

2. Docente responsável

[1443] Tiago Gorjão Clara Charters D'Azevedo

3. Docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular

[1629] Nuno David de Jesus Lopes | Horas Previstas: 75 horas

4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes)

Após aprovação na unidade curricular, o aluno deverá:

dominar os conceitos de Cálculo Diferencial necessários para o estudo das funções reais de variável real;

saber utilizar os métodos de primitivação;

compreender e saber aplicar as noções de Cálculo Integral e, em particular, o teorema fundamental do Cálculo;

saber utilizar os critérios mais importantes sobre séries e saber desenvolver algumas funções em séries de potências, como preparação para estudos subsequentes;

demonstrar capacidades de reflexão, cálculo e raciocínio dedutivo;

demonstrar capacidades de análise e de crítica.

**4. Intended learning outcomes
(knowledge, skills and
competences to be developed
by the students)**

After the student is approved, he should be able to:
understand and use the concepts of differential calculus needed to the study of real functions of one real variable;
know how to use the integration methods;
understand and apply the notions of integral calculus and, in particular, the fundamental theorem of Calculus;
know how to use series tests and obtain power series expansions of some functions;
develop reflection, calculus and deductive reasoning capacities;
develop analytical and critical capacity.

5. Conteúdos programáticos

Funções reais de variável real. Topologia. Limite e continuidade. Derivada. Regras de derivação. Teorema de Lagrange. Intervalos de monotonia e extremos. Fórmula de Taylor. Concavidades e inflexões. Regra de Cauchy. Indeterminações. Assíntotas.

Primitivação. Primitivas imediatas e por decomposição, partes e substituição. Primitivação de funções racionais.

Cálculo integral. Integral de Riemann. Teorema da média. Integral indefinido. Teorema fundamental do cálculo integral. Regra de Barrow. Integração por partes e substituição. Integrais impróprios.

Séries numéricas. Séries geométricas e redutíveis. Condição necessária de convergência. Critérios de Cauchy e do integral. Séries de Dirichlet. Primeiro e segundo critérios de comparação. Séries alternadas. Teorema de Leibniz. Convergência absoluta e simples. Critérios de convergência.

Séries de potências. Intervalo e raio de convergência. Derivação e integração. Séries de Taylor. Desenvolvimento de funções em série de potências.

5. Syllabus

Real functions of a real variable. Topology. Limit and continuity. Derivative. Differentiation rules. The mean value theorem. Monotony intervals, maxima and minima. Taylor's formula. Concavity and inflection points. Cauchy's rule and indeterminate forms. Asymptotes.
Primitive functions. Direct integration and methods by decomposition, parts and substitution. Integration of rational functions.
Integral calculus. The Riemann integral. Mean value theorem. Indefinite integral. The fundamental theorem of Calculus. Barrow's formula. Integration by parts and substitution. Improper integrals.
Infinite series. The geometric series. Telescoping series. The divergence test. The integral and Cauchy tests. The Dirichlet series. First and second comparison tests. Alternating series. Leibniz's test.
Conditional and absolute convergence. Convergence tests.
Power series. Interval and radius of convergence. Derivation and integration. Taylor series. Power series expansions of functions.

6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

Os objetivos são cumpridos nos conteúdos programáticos dos capítulos da unidade curricular, nos quais são amplamente desenvolvidas as capacidades de análise, cálculo e raciocínio dedutivo.

Para além das aplicações estudadas em cada capítulo, o recurso sistemático a problemas aplicados e contextualizados traduz-se numa maior motivação, eficácia e espectro da aprendizagem, uma vez que possibilitam:

- transmitir o facto de o cálculo diferencial e integral em IR ser uma ferramenta indispensável no estudo da engenharia;
- praticar a formulação matemática de problemas, sua resolução e crítica;
- permitir uma experiência directa na formalização e resolução de problemas;
- formular conjecturas e desenvolver, elaborar, alterar e interpretar modelos físicos;
- facilitar aos alunos o reconhecimento dos conceitos e técnicas estudadas quando a estas têm que recorrer no seguimento dos seus estudos.

6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes

The objectives are met in the programmatic contents of the chapters of the curricular unit, in which the capacities of analysis, calculation and deductive reasoning are widely developed.

In addition to the applications studied in each chapter, the systematic use of applied and contextualized problems translates into a greater motivation, effectiveness and spectrum of learning, since they allow:

- to transmit the fact that differential and integral calculus in IR is an indispensable tool in the study of engineering;
- to practice the mathematical formulation of problems, their resolution and criticism;
- to allow a direct experience in the formalization and resolution of problems;
- to formulate conjectures and develop, elaborate, alter and interpret physical models;
- to facilitate students' recognition of the concepts and techniques studied when they have to resort to them in the course of their studies.

7. Metodologias de ensino
(avaliação incluída)

Aulas teóricas tendo por base exemplos de aplicação e aulas teórico-práticas nas quais são resolvidos exercícios teóricos e práticos.

É dado especial ênfase a problemas que interligam as ferramentas desenvolvidas com os conceitos estudados em unidades curriculares da especialidade e listas de exercícios são disponibilizadas para um eficaz acompanhamento e cimentar os conhecimentos adquiridos.

A avaliação de conhecimentos compreende é efectuada por avaliação distribuída (dois testes parciais) e avaliação final (exame).

Avaliação distribuída:

Dois testes escritos parciais (T1 e T2). Aprovação com nota média e mínima de 9.50 valores tendo o aluno de ter pelo menos 8.00 valores em cada um dos testes.
 $NF = (T1 + T2) / 2$ e $NF \geq 9.50$, $T1 \geq 8.00$ e $T2 \geq 8.00$.

Avaliação final (exame):

Exame Final (EF). Aprovação com a classificação mínima de 9.50 valores.
 $NF = EF \geq 9.50$

A avaliação não contempla a realização de exames parciais.

7. Teaching methodologies
(including assessment)

Theoretical classes based on application examples and theoretical-practical classes in which theoretical and practical exercises are solved.

Special emphasis is given to problems that interconnect the tools developed with the concepts studied in specialized curricular units and lists of exercises are made available for effective monitoring and cementing the knowledge acquired.

The assessment of knowledge is carried out by distributed assessment (two partial tests) and final assessment (exam).

Distributed assessment:

Two partial written tests (T1 and T2). Approval with an average and minimum grade of 9.50, with the student having to have at least 8.00 in each of the tests.
 $NF = (T1 + T2) / 2$ and $NF \geq 9.50$, $T1 \geq 8.00$ and $T2 \geq 8.00$.

Final assessment (exam):

Final Exam (EF). Approval with a minimum rating of 9.50 points.
 $NF = EF \geq 9.50$

The assessment does not include partial exams.



8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

As aulas teóricas são essenciais a uma rigorosa e completa cobertura dos tópicos do programa, os quais surgem como resposta a situações e problemas práticos. A resolução de exercícios em contexto de aula permite ilustrar a aplicação prática dos conceitos e ferramentas estudadas, ao mesmo tempo que se aprofundam os conhecimentos teóricos.

As listas de exercícios disponibilizadas, pela sua organização, conteúdo e diversidade do grau de dificuldade, permitem ao aluno acompanhar minuciosamente todos os tópicos da matéria e são o principal instrumento do estudo individual. Os exercícios que as constituem são os adequados ao desenvolvimento das capacidades de cálculo e raciocínio dedutivo.

Tendo em conta que o sucesso à matemática não é compatível com um estudo pontual exclusivamente pré-avaliação, torna-se recomendável a implementação de processos que contrariem esta tendência. O recurso a fichas de exercícios contribui para um melhor acompanhamento do desenrolar da matéria. Ao serem confrontados com alguns problemas menos directos, os alunos são obrigados a questionar e aprofundar os seus conhecimentos, ao mesmo tempo que adquirem maior capacidade de trabalho e independência. Este tipo de problemas é especialmente adequado ao desenvolvimento das capacidades de análise, reflexão e crítica. Paralelamente, a dinâmica de grupo na componente de debate e entreaajuda durante as aulas, potencia a obtenção de melhores resultados do que aqueles que, por si só, o estudo individual consegue. Pontualmente, controlos às fichas de exercícios são realizados de modo a incentivar as suas correctas resoluções.

8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes

Theoretical classes are essential for a rigorous and complete coverage of the program topics, which are in response to practical situations and problems. Solving exercises in the classroom context allows to illustrate the practical application of the concepts and tools studied, while deepening the theoretical knowledge.

The exercise lists provided, due to their organization, content and diversity of the degree of difficulty, allow the student to follow closely all the topics of the subject and are the main instrument of individual study. The exercises that constitute them are the appropriate ones for the development of calculation and deductive reasoning skills.

Taking into account that success in mathematics is not compatible with a one-off study exclusively pre-assessment, it is recommended to implement processes that counteract this trend. The use of exercise sheets contributes to a better follow-up of the development of the subject. When confronted with some less direct problems, students are forced to question and deepen their knowledge, while acquiring greater capacity for work and independence. This type of problem is especially suitable for the development of analysis, reflection and critical skills. At the same time, the group dynamics in the debate and mutual help component during the classes, potentiates the obtaining of better results than those that individual study can achieve on its own. Punctually, controls of the exercise sheets are carried out in order to encourage their correct resolutions.

**9. Bibliografia de
consulta/existência obrigatória**

J. C. Ferreira, Introdução à Análise Matemática, Fundação Calouste Gulbenkian, 8ª ed., 2005.
T. Apostol, Calculus, volume I, Editorial Reverté, 1994.
C. Sarrico, Análise Matemática. Leituras e exercícios, Gradiva, 8ª ed., 2002.
A. Azenha, M. A. Jerónimo, Cálculo Diferencial e Integral em \mathbb{R} e \mathbb{R}^n , McGraw-Hill, 1995.
George F. Simmons, Cálculo com Geometria Analítica, McGraw-Hill, volumes 1 and 2, 1988.
Earl W. Swokowski, Cálculo com Geometria Analítica, McGraw-Hill, volumes 1 and 2, 1995.
B. Demidovitch, Problemas e Exercícios de Análise Matemática, Edição Revista, McGraw-Hill, 1993.

10. Data de aprovação em CTC 2024-07-17

11. Data de aprovação em CP 2024-06-26