
1. Caracterização da Unidade Curricular

1.1 Designação

[4181] Cálculo Diferencial e Integral 2 / Differential and Integral Calculus 2

1.2 Sigla da área científica em que se insere

MAT

1.3 Duração

Unidade Curricular Semestral

1.4 Horas de trabalho

162h 00m

1.5 Horas de contacto

Total: 67h 30m das quais TP: 67h 30m

1.6 ECTS

6

1.7 Observações

Unidade Curricular Obrigatória

2. Docente responsável

[1750] Maria Isabel Esteves Coelho

3. Docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular

Não existem docentes definidos para esta unidade curricular

4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes)

1. Dominar os conceitos básicos de limite, continuidade e diferenciabilidade de campos escalares e vectoriais.
2. Dominar o cálculo de integrais múltiplos, identificando a representação geométrica do domínio e reconhecendo quais as coordenadas a utilizar.
3. Dominar a representação paramétrica de linhas e superfícies e saber utilizá-la no cálculo de integrais de linha e de superfície.
4. Utilizar a visualização e o raciocínio espacial na análise de situações e na resolução de problemas reais.
5. Saber formular matematicamente um problema e identificar e implementar as estratégias.
6. Saber aplicar os principais conceitos e técnicas do cálculo diferencial e integral em \mathbb{R}^n nos contextos diversos das unidades curriculares da especialidade que a unidade curricular de Análise Vetorial serve.
7. Ter capacidades de análise, cálculo e raciocínio dedutivo.

**4. Intended learning outcomes
(knowledge, skills and
competences to be developed
by the students)**

1. To master the concepts of limit, continuity and differentiability of real-valued and vector functions of several variables.
2. To master the calculation of multiple integrals, identifying the geometric representation of the domain and recognizing the appropriate coordinate system.
3. To master the parameterization of curves and surfaces and to apply it in the calculation of line and surface integrals.
4. To develop spatial visualization and deductive reasoning skills in the analysis and solution of applied problems.
5. To be able to formulate a mathematical problem and to identify and implement the appropriate strategies and tools to its analytical and/or computational solution.
6. To be able to apply the key concepts and techniques of differential and integral calculus in \mathbb{R}^n in the context of the various engineering-related courses of the program.
7. To have the capacity of analysis, algebra and deductive reasoning skills.

5. Conteúdos programáticos

1. Noções Topológicas em \mathbb{R}^n . Campos escalares e vectoriais. Domínio, conjunto de nível e gráfico; Limite e continuidade.

Cálculo Diferencial em \mathbb{R}^n : Derivada segundo um vector. Derivadas parciais; vetor gradiente. Diferenciabilidade. Plano tangente. Derivada como aplicação linear. Derivada da função composta. Derivadas parciais de ordem superior; teorema de Schwarz; funções de classe C^k . Operadores diferenciais: gradiente, divergência, rotacional. Teorema da função implícita. Fórmula de Taylor para campos escalares; extremos livres. Aplicações.

2. Cálculo Integral em \mathbb{R}^n : Integrais duplos e triplos: teorema de Fubini; teorema da média; mudança de variáveis. Integrais de linha: parametrizações; integral de linha de campos escalares e vectoriais. Trabalho; campos conservativos; função potencial. Teorema de Green. Integrais de superfície: parametrizações; integral de superfície de campos escalares e vectoriais. Fluxo; teorema da divergência; teorema de Stokes. Aplicações.

5. Syllabus

1. Topological notions in \mathbb{R}^n . Scalar and vector fields. Domain, level sets, and graph. Limits and continuity.

Differential Calculus in \mathbb{R}^n : directional derivative; partial derivative; differentiability of scalar fields; tangent plane; the derivative as a linear map (gradient vector/Jacobian matrix); chain rule; higher order partial derivatives, Schwarz theorem, class C^k function. Differential operators: gradient, divergence, and curl. Implicit function theorem. Taylor's formula for scalar fields. Local constraint-free extrema. Applications.

2. Integral Calculus in \mathbb{R}^n : double and triple integrals, Fubini's theorem, mean value theorem; change of variables. Line integrals: parameterization of a line; line integral of scalar and vector fields. Work, conservative fields, and potential. Green's theorem. Surface integrals: parameterization of a surface, integral surface scalar and vector fields. Flow, the divergence theorem, Stokes' theorem. Applications.

6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

Os objetivos 1 a 4 são cumpridos nos conteúdos programáticos dos capítulos da unidade curricular, nos quais são ainda amplamente desenvolvidas as capacidades de análise, cálculo e raciocínio dedutivo (objetivo 7).

Para além das aplicações estudadas em cada capítulo, o recurso sistemático a problemas aplicados e contextualizados traduz-se numa maior motivação e eficácia da aprendizagem, uma vez que permitem

* transmitir o facto de o cálculo diferencial e integral em \mathbb{R}^n ser uma ferramenta indispensável no estudo da engenharia;

* praticar a formulação matemática de problemas, sua resolução e crítica (objetivos 5 e 7);

* facilitar aos alunos o reconhecimento dos conceitos e técnicas estudados quando a estes têm que recorrer no seguimento dos seus estudos (objetivo 6).

6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes

Goals 1 to 4 are met within the contents of the syllabus, in which the capacity of analysis, algebra and deductive reasoning are widely developed (goal 7).

In addition to the applications studied in each topic, the systematic use of applied, problems and contextualized yields an increase of motivation, efficiency and spectrum of learning, since they enable

* to convey the fact that differential and integral calculus in \mathbb{R}^n is an indispensable tool in the study of engineering;

* to practice the mathematical formulation of problems, their solution and criticism (goals 5 to 7);

* to help students recognize the concepts and techniques studied when they have to use it in their future studies (goal 6).

**7. Metodologias de ensino
(avaliação incluída)**

Aulas teóricas com exemplos de aplicação e aulas teórico-práticas com exercícios teórico-práticos e práticos. É dada especial ênfase a problemas que interligam as ferramentas com conceitos estudados em UCs da especialidade.

Avaliação distribuída com exame final:

A avaliação será efetuada através de 2 testes escritos: $TE = 0,5*TE1 + 0,5*TE2$ complementados por 2 relatórios de atividades desenvolvidas (RAD1 e RAD2). O TE1 e os 2 RADi serão realizados durante o período letivo. O TE2 é realizado em regime de Exame Parcial na Época Normal de Exames. A componente de testes pode ser substituída por um exame final (EF).

A classificação final ($CF \geq 9,50$) é obtida por:

$CF = 0,9*(TE \text{ ou } EF) + 0,05*RAD1 + 0,05*RAD2$, com nota mínima de 9,50 para TE e EF e 8,00 para TE1 e TE2, sem nota mínima para os RADi.

Caso não tenha obtido a classificação mínima, o aluno pode repetir qualquer dos testes (TEi) na Época de Recurso, em regime de Exame Parcial, mantendo-se a classificação das restantes avaliações.

**7. Teaching methodologies
(including assessment)**

Lectures with application examples and theoretical-practical classes with theoretical-practical and practical exercises.. Special emphasis is given to problems connecting the tools developed with concepts that are important in engineering-related courses.

Distributed assessment with final exam:

Assessment will be performed through 2 written tests: $WT = 0.5*WT1 + 0.5*WT2$ complemented by 2 reports on activities made (RoA1 and RoA2). WT1 and the 2 RoAi will be carried out during the academic period. WT2 is accomplished as a Partial Exam during the Normal Exam Period. The test component can be replaced by a final exam (FE).

The final classification ($FC \geq 9.50$) is obtained by:

$FC = 0.9*(WT \text{ or } FE) + 0.05*RoA1 + 0.05*RoA2$, with a minimum grade of 9.50 for WT and FE and 8.00 for WT1 and WT2, with no minimum grade for RADi.

If the student has not obtained the minimum grade, they can repeat any of the tests (WTi) in the Appeal Period, under a Partial Exam regime, maintaining the remaining grades.

8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

As aulas teóricas são essenciais a uma rigorosa e completa cobertura dos tópicos do programa, os quais surgem como resposta a situações e problemas práticos. A resolução de exercícios em contexto de aula permite ilustrar a aplicação prática dos conceitos e ferramentas estudados, ao mesmo tempo que se aprofundam os conhecimentos teóricos.

As listas de exercícios disponibilizadas, pela sua organização, conteúdo e diversidade do grau de dificuldade, permitem ao aluno acompanhar minuciosamente todos os tópicos da matéria e são o principal instrumento do estudo individual. Os exercícios que as constituem são os adequados ao desenvolvimento das capacidades de cálculo e raciocínio dedutivo.

8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes

Lectures are essential to a correct and comprehensive coverage of all topics of the syllabus, while in-class solution of exercises allows for a successful application of the theoretical knowledge to practical problems.

The available sheets of exercises, by their organization, contents and diversity of difficulty degree, allow students to follow closely all topics of the syllabus and are the main tools regarding individual study. The exercises that constitute them are particularly well-suited for the development of algebra skills and deductive reasoning.

9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória

- I. Coelho, Apontamentos de CDI2, DM, ISEL, 2023
- A. Paixão, P. Gomes, Cálculo Vectorial - Definições, teoremas, exemplos e observações, DM, ISEL, 2017
- G. Pires, Cálculo Diferencial e Integral em \mathbb{R}^N , IST Press, 2016
- E. Kreyszig, Advanced Engineering Mathematics, 10th ed, Wiley, 2011
- J. Campos Ferreira, Introdução à Análise em \mathbb{R}^N , IST, 2004
- A. Azenha, M. A. Jeronimo, Elementos de Cálculo Diferencial e Integral em \mathbb{R} e \mathbb{R}^n , McGraw-Hill, 1995
- T. Apostol, Calculus vol. II, 2nd Edition, John Wiley & Sons Inc., 1969
- H. Anton, Calculus: A New Horizon, 6ª Edição, John Wiley & Sons Inc., 1998
- H. Anton, I. Bivens, S. Davis, Calculus Multivariable, Wiley-Blackwell, 2008
- R. Larson, R. P. Hostetler, B. H. Edwards, Cálculo, Volume 2, 8ª Edição, McGrawHill, 2006
- J. Marsden, A. Tromba, Vector Calculus, 6th Edition, W.H. Freeman and Company, 2011
- W. McCallum, D. Hughes-Hallet, et al., Multivariable Calculus, 5th Edition, International Student Version, John Wiley & Sons, 2010



ISEL
INSTITUTO SUPERIOR DE
ENGENHARIA DE LISBOA

Ficha de Unidade Curricular A3ES
Cálculo Diferencial e Integral 2
Licenciatura em Tecnologias e Gestão Municipal
2024-25

10. Data de aprovação em CTC 2024-07-17

11. Data de aprovação em CP 2024-06-26