
1. Caracterização da Unidade Curricular

1.1 Designação

[4306] Métodos para equações diferenciais parciais / Methods for Partial Differential Equations

1.2 Sigla da área científica em que se insere

MAT

1.3 Duração

Unidade Curricular Semestral

1.4 Horas de trabalho

162h 00m

1.5 Horas de contacto

Total: 95h 00m das quais TP: 90h 00m | O: 5h 00m

1.6 ECTS

6

1.7 Observações

Unidade Curricular Obrigatória

2. Docente responsável

Não existe docente responsável para esta unidade curricular

3. Docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular

**4. Objetivos de aprendizagem
(conhecimentos, aptidões e
competências a desenvolver
pelos estudantes)**

1. Analisar fenómenos periódicos, usando séries de Fourier, e estender os conceitos desenvolvidos a fenómenos não periódicos, através do método de Fourier e da transformada de Fourier.
2. Identificar e resolver equações diferenciais parciais de tipo hiperbólico, parabólico e elíptico.
3. Modelar problemas de aplicação apropriados aos temas abordados e resolver os problemas de valores iniciais e de valores na fronteira associados.
4. Compreender os aspetos teóricos fundamentais nos quais os métodos numéricos se baseiam.
5. Identificar e aplicar métodos numéricos adequados, bem como conhecer as principais vantagens e desvantagens dos mesmos.
6. Implementar computacionalmente os diferentes métodos recorrendo a *software* livre.
7. Demonstrar capacidade analítica e crítica na resolução de problemas em diferentes domínios de aplicação, não só por aplicação direta dos métodos analíticos e numéricos estudados como por adaptação dos mesmos a novas situações

**4. Intended learning outcomes
(knowledge, skills and
competences to be developed
by the students)**

1. To analyse periodic phenomena, using Fourier series, and extend the developed concepts to non-periodic phenomena, using the Fourier method and the Fourier transform.
2. To identify and solve partial differential equations of hyperbolic, parabolic and elliptic type.
3. To model applied problems appropriate to the covered topics and to solve the associated initial value and boundary value problems.
4. To understand the fundamental theoretical aspects on which the numerical methods rely.
5. To identify and apply the most suitable numerical methods and to know their main advantages and disadvantages.
6. To implement the different methods using open source software.
7. To demonstrate critical thinking and analytical capability while addressing problems in different domains of application, not only by direct application of the studied analytical and numerical methods, but also by adapting them to new situations.



5. Conteúdos programáticos

1. Série de Fourier, fórmulas de Euler. Prolongamentos pares e ímpares.
2. Forma complexa das séries de Fourier. Problemas de oscilações.
3. Integral e transformada de Fourier.
4. Equações diferenciais parciais (EDPs): conceitos básicos.
5. Equação 1D das ondas. Método de separação de variáveis. Solução de D'Alembert.
6. Fluxo de calor. Soluções 1D dependentes do tempo. Condições de fronteira de Dirichlet, Neumann e não homogéneas. Soluções 2D no estado estacionário. Equação de Laplace.
7. Aplicações: fluxo de calor numa barra infinita e vibrações numa corda infinita.
8. Diferenças finitas para as equações 1D do calor e das ondas.
9. Método dos elementos finitos para problemas 2D de valor na fronteira.
10. Formulação fraca. Aproximações de Galerkin.
11. Interpolação e aproximação via elementos finitos.
12. Interpretação da solução aproximada. Precisão da aproximação.
13. Extensão a problemas de evolução.

5. Syllabus

1. Fourier series, Euler formulas. Even and odd prolongations.
2. Complex form of Fourier series. Problems of forced oscillations.
3. Integrals and Fourier transforms.
4. Partial differential equations (PDEs): basic concepts.
5. 1D wave equation. Separation of variables method. D'Alembert solution.
6. Heat flux. 1D time-dependent solutions. Dirichlet, Neumann and non-homogeneous boundary conditions. 2D steady state solutions, Laplace's equation.
7. Applications: Heat flow in an infinite bar and vibrations in an infinite string.
8. Finite differences for the 1D heat and wave equations.
9. Finite element method for 2D boundary-value problems.
10. Weak formulation. Galerkin approximations.
11. Finite element interpolation and approximation.
12. Interpretation of the approximate solution. Accuracy of finite element approximations.
13. Extension to time-dependent problems.

6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

O objetivo 1 é concretizado com o estudo dos itens 1 a 4 dos conteúdos programáticos, os quais desenvolvem a teoria fundamental da Análise de Fourier, permitindo concretizar desde logo as aplicações desta teoria à resolução de EDPs.

Nos itens 5 a 8, aplicam-se os conhecimentos adquiridos nos itens anteriores, através da resolução de alguns problemas aplicados de EDPs, alcançando-se os objetivos 2 e 3 da unidade curricular.

Os pontos 4 a 7 dos objetivos estão em direta consonância com os pontos 9 a 13 dos conteúdos programáticos. O ponto 7 dos objetivos, mais particularmente, é cumprido através da prática da formulação matemática de problemas com diferentes proveniências e respetiva resolução analítica ou numérica, bem como a análise dos resultados obtidos, estimulada ao longo da exposição de conteúdos.

6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes

Goal 1 is achieved with the study of items 1 to 4 of the course contents, which develop the fundamental theory of Fourier Analysis, allowing the implementation of applications of this theory to solve PDEs.

In items 5 to 8, the knowledge acquired in the previous items is applied through the resolution of some applied problems of Fourier Analysis, achieving the objectives 2 and 3 of the course unit.

Items 4 to 7 of the learning outcomes are in straight accordance with items 9 to 13 of the syllabus. Item 7 of the learning outcomes, in particular, is fulfilled through the practice of mathematically formulating problems with different provenances and their analytical or numerical solution, as well as the analysis of the obtained results, stimulated along the syllabus exposition.

7. Metodologias de ensino (avaliação incluída)

Com recurso ao método teórico-prático, as ferramentas teóricas, devidamente fundamentadas, são motivadas e concretizadas nas aplicações descritas para cada tópico. Listas de exercícios selecionados para as aulas e para trabalho autónomo proporcionam a necessária consolidação dos conhecimentos.

A avaliação é distribuída com exame final. A avaliação compreende a realização de um teste teórico (TT) ou de um exame final escrito (EF) e um trabalho individual teórico-prático pedagogicamente fundamental (TP) com discussão oral.

Para obter aprovação, a classificação mínima em TT é 9,50 valores; a classificação mínima do TP é 9,50 valores; a classificação mínima do EF é 9,50 valores. A classificação final ponderada mínima (CF) é 9,50 valores e é obtida por uma das fórmulas: $CF=0,6TT+0,4TP$ ou $CF=0,6EF+0,4TP$.

**7. Teaching methodologies
(including assessment)**

Using the theoretical-practical method, the theoretical tools, duly substantiated, are motivated and implemented in the applications described for each topic. Lists of exercises selected for classes and independent work provide the necessary consolidation of knowledge.

The assessment is distributed with a final exam. The assessment comprises the completion of a theoretical test (TT) or a final written exam (FE) and an individual theoretical-practical pedagogically fundamental work (TP) with oral discussion.

To obtain approval, the minimum TT classification is 9.50; the minimum TP rating is 9.50 values; the minimum EF rating is 9.50 values. The minimum weighted final classification (CF) is 9.50 values and is obtained by one of the formulas: $CF=0.6TT+0.4TP$ or $CF=0.6EF+0.4TP$.

**8. Demonstração da coerência
das metodologias de ensino
com os objetivos de
aprendizagem da unidade
curricular**

O desenvolvimento da teoria em conjunto com a sua concretização em aplicações práticas, nas aulas, e a realização dos trabalhos ao longo do semestre e do desenvolvimento do projeto, por parte do aluno, asseguram que o estudante amplie os seus conhecimentos nos tópicos descritos com ênfase na resolução de problemas.

**8. Evidence of the teaching
methodologies coherence with
the curricular unit's intended
learning outcomes**

The development of the theory in parallel with its application, in class, along with the solution of the practical tasks and the development of the project, ensures that the students learn the intended topics with an emphasis in problem solving

**9. Bibliografia de
consulta/existência obrigatória**

1. Figueiredo, D., ? *Análise de Fourier e Equações Diferenciais Parciais* ?, Projeto Euclides, 1997.
2. Haberman, R., ? *Applied Partial Differential Equations: with Fourier Series and Boundary Value Problems* ?, 4th edition, 2004.
3. Boyce, W., DiPrima, R., ? *Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valor de Contorno* ?, 7ª edição, Livros Técnicos e Científicos, Editora , 2002.
4. John, F., ? *Partial Differential Equations* ?, Springer Verlag, New York, 1982.
5. Thomas, J. W., ? *Numerical Partial Differential Equations: Finite Difference Methods* ?, Springer-Verlag, 1995.
6. Langtangen, H.P., Mardal, K.A., ? *Introduction to Numerical Methods for Variational Problems* ?, Springer, 2019.
7. Zinkiewicz, O.C., Taylor, R.L., Zhu, J.Z., ? *The Finite Element Method: Its Basis & Fundamentals* ?, 7th edition, Elsevier, 2013.



Ficha de Unidade Curricular A3ES
Métodos para equações diferenciais parciais
Licenciatura em Matemática Aplicada à Tecnologia e à Empresa
2024-25

10. Data de aprovação em CTC 2024-07-17

11. Data de aprovação em CP 2024-06-26