

---

## 1. Caracterização da Unidade Curricular

### 1.1 Designação

[4340] Equações Diferenciais e Transformadas / Differential Equations and Transforms

### 1.2 Sigla da área científica em que se insere

MAT

### 1.3 Duração

Unidade Curricular Semestral

### 1.4 Horas de trabalho

162h 00m

### 1.5 Horas de contacto

Total: 90h 00m das quais TP: 90h 00m

### 1.6 ECTS

6

### 1.7 Observações

Unidade Curricular Obrigatória

---

## 2. Docente responsável

[1483] Filipe Santiago Cal

---

## 3. Docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular

[1483] Filipe Santiago Cal | Horas Previstas: 90 horas

---

## 4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes)

1. Identificar e resolver equações diferenciais ordinárias lineares de ordem superior e sistemas de equações lineares homogêneas de 1ª ordem com coeficientes constantes.
2. Elaborar diagramas de fase elementares e analisar o comportamento qualitativo de sistemas de equações diferenciais ordinárias lineares.
3. Aplicar a transformada de Laplace à resolução de equações diferenciais com inputs descontínuos ou não diferenciáveis.
4. Analisar fenómenos periódicos, usando séries de Fourier, e estender os conceitos desenvolvidos a fenómenos não periódicos, através do método de Fourier e da transformada de Fourier.
5. Modelar problemas de aplicação apropriados aos temas abordados e resolver os problemas de valores iniciais e de valores na fronteira associados com a respetiva análise crítica.

---

**4. Intended learning outcomes  
(knowledge, skills and  
competences to be developed  
by the students)**

1. Identify and solve linear ordinary differential equations of higher order and 1st order homogeneous linear systems with constant coefficients.
2. Develop basic phase plane diagrams and analyse the qualitative behavior of linear systems.
3. Apply the Laplace transform to solve differential equations with discontinuous or nondifferentiable inputs.
4. Analyse periodic phenomena, using Fourier series, and extend the concepts to non-periodic phenomena, through the Fourier method and Fourier transform.
5. Model and solve initial values problems and boundary value problems with Fourier and Laplace methods, and being able to make the associated critical analysis.

---

**5. Conteúdos programáticos**

1. Sistemas de EDOs lineares: EDOs lineares de ordem superior. Equações homogénea e completa. Sobreposição de soluções. Sistemas de eq. dif. lineares de 1a ordem. Teoria qualitativa. Plano de fases, pontos críticos e estabilidade.
2. Transformada de Laplace real. Convolução. Aplicação à resolução de eq. com inputs descontínuos ou não diferenciáveis.
3. Análise de Fourier: Série de Fourier, fórmulas de Euler, ortogonalidade do sistema trigonométrico e convergência. Prolongamentos pares e ímpares. Integral e transformada de Fourier.
4. EDPs: Conceitos básicos. Modelação: corda vibrante. Equação de onda unidimensional. Método de separação de variáveis. Solução de D'Alembert para a equação de onda. Fluxo de calor. Soluções unidimensionais dependentes do tempo. Soluções bidimensionais no estado estacionário (equação de Laplace). Potencial eletrostático. Fluxo de calor numa barra infinita. Transformadas de Laplace e de Fourier aplicadas a EDPs.

---

## 5. Syllabus

1. Systems of linear ODEs: linear ordinary differential equations of higher order. Homogeneous and complete equations. Superposition of solutions. Systems of linear differential equations of 1st order. Introduction to qualitative theory. Phase plane, critical points and stability.
2. Real Laplace transform. Convolution. Application to differential equations with discontinuous or nondifferentiable inputs.
3. Fourier Analysis: Fourier series, Euler formulas, orthogonality of trigonometric system and convergence. Odd and even extensions. Fourier transform and Fourier integral.
4. Partial differential equations: Basic concepts. Vibrating string. One-dimensional wave equation. Separation of variables. D'Alembert solution of the wave equation. Heat flow. Unidimensional time dependent solutions. Bidimensional steady state solutions (Laplace equation). Electrostatic potential. Heat flux in an infinite bar. Laplace and Fourier transforms applied to partial differential equations.

---

## 6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

Os objetivos 1 e 2 são concretizados com o estudo do primeiro capítulo dos conteúdos programáticos, onde é dada especial importância à análise qualitativa de sistemas e ao estudo de equações lineares de ordem superior por redução a sistemas.

O objetivo 3 é trabalhado no segundo capítulo, e no terceiro capítulo aprofundam-se os conhecimentos necessários para cumprir o 4o objetivo.

No quarto capítulo, aplicam-se os conhecimentos adquiridos nos capítulos anteriores, através da resolução de alguns problemas aplicados de EDPs, alcançando-se o quinto objetivo da unidade curricular.

---

## 6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes

The goals 1 and 2 are achieved with the study of the first chapter of the syllabus, where special attention is given to the qualitative behavior analysis on systems and the study of linear higher order equations by reduction to systems. The 3rd and 4th goals are tackled, respectively, in the second and third chapters. In the fourth chapter, the knowledge acquired in the previous chapters is used in the approaches to solve some applied problems of PDEs, achieving the fifth goal of the course.

---

**7. Metodologias de ensino  
(avaliação incluída)**

Ensino teórico-prático, estando previstas cerca de 90h de contacto. O tempo total de trabalho do estudante é de 162h. Aulas teórico-práticas para apresentação e fundamentação da teoria, a par de exemplos de aplicação e resolução de exercícios. Regularmente, aulas dedicadas à resolução de exercícios de aplicação direta e ao estudo de problemas. Trabalhos práticos a serem resolvidos individualmente ou em grupo, nos quais é dado especial ênfase a problemas aplicados.

Estudo individual complementado com a bibliografia e a resolução dos exercícios e problemas indicados.

A avaliação de conhecimentos será distribuída com exame final. A componente distribuída da avaliação consta de 4 testes escritos, que serão realizados durante o período letivo. A nota final do aluno (NF) é dada pela fórmula:  $NF=0.25ND+0.75NE$ , onde ND é a média das 3 melhores classificações obtidas nos testes e NE é a nota obtida no exame final. Para obter aprovação na UC o aluno deve obter uma nota mínima de 9.50 em NF.

---

**7. Teaching methodologies  
(including assessment)**

Theoretical-practical teaching, in an estimated 90 contact hours. The student work total time is 162 hours. Classes consisting of the presentation and justification of the theory along with applied examples and exercise solving. Some classes consisting of exercise solving and problems study. Practical assignments to be handed in either individually or in group and which can be solved in-class or extra-class, consisting primarily of applied problems. Individual study to be complemented with the bibliography and the solving of the exercises and problems indicated.

Assessment comprises two elements: the average of the 3 best marks obtained in 4 tests, which will be taken during classes (ND), and a final exam (NE). The final grade of the student (NF) will be obtained by the formula

$NF = 0.25ND + 0.75NE$ . For approval in the course the student must score a minimum of 9.50 in NF.



**8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**

As aulas do tipo teórico-práticas justificam-se para uma rigorosa e completa cobertura dos tópicos do programa, os quais surgem como resposta a situações e problemas práticos para maior motivação do aluno e melhor compreensão dos conceitos e resultados. A resolução de exercícios em contexto de aula permite ilustrar a aplicação prática dos conceitos e ferramentas estudadas, ao mesmo tempo que se aprofundam os conhecimentos teóricos. As listas de exercícios disponibilizadas, pela sua organização, conteúdo e diversidade do grau de dificuldade, permitem ao

aluno acompanhar todos os tópicos da matéria e são o principal instrumento do estudo individual. Os trabalhos práticos vão de encontro à necessidade de incentivar o aluno a acompanhar o desenrolar da matéria e a avaliar o sucesso da sua aprendizagem. O tipo de problemas, aplicado e menos direto, induzem o aluno a questionar e aprofundar os seus conhecimentos, ao mesmo tempo que lhe permite expandir as suas capacidades de análise, reflexão e crítica e a sua de trabalho autónomo.

Com o recurso sistemático a problemas aplicados e contextualizados, estudados com o auxílio de software matemático, pretende-se um maior motivação, eficácia e espetro da aprendizagem, pois possibilitam: praticar a formulação matemática de problemas, sua resolução e crítica; permitir uma experiência computacional direta na formalização e resolução de problemas; facilitar aos alunos o reconhecimento dos conceitos e técnicas estudados quando a estes têm que recorrer no seguimento dos seus estudos.

Além disso, a dinâmica de grupo, na componente de debate e entreajuda, potencia a obtenção de melhores resultados do que aqueles que, por si só, o estudo individual consegue. Pontualmente, são realizados controlos aos trabalhos entregues de modo a incentivar as suas corretas resoluções.

---

**8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes**

Lectures are central to a correct and comprehensive coverage of all topics of the syllabus, all of which arise as the answer to an applied problem for a greater motivation and a better understanding of the notions and results on the student's part. In-class exercise solving allows for a successful application of the theoretical knowledge to practical problems as well as a deepen of the scope of the theory.

By their organization, contents and diversity in the degree of difficulty, the exercise sheets allow students to closely monitor all topics of the syllabus and are the main tool regarding individual study. Practical assignments lead students to closely follows classes and allow them to monitor their learning. Consisting of less straightforward problems, they lead students to question and deepen their knowledge while further developing their working and independence skills as well as a stronger development of their analysis, reflection and criticism skills.

The systematic use of applied and real life problems, tackled with the aid of mathematical software, aims at increasing motivation, efficiency and spectrum of learning, by enabling: to practice the mathematical formulation of problems, their solution and criticism; to enable computational experiences in direct mathematical formalization of problems and their solution; to help students to recognize the concepts and techniques studied when they are met in the course of their studies.

Moreover, group dynamics encourages debate and support between students during lectures, leading to better results than those achieved by individual study alone. Occasional control is made on the reports handed in.

---

**9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória**

1. Dyke, P., ?An Introduction to Laplace Transforms and Fourier Series?, Springer, 2014.
2. Mallat, S., ?A Wavelet Tour of Signal Processing: The Sparse Way?, Elsevier, 2009.
3. Strang, G., ?Computational Science and Engineering?, Wellesley-Cambridge Press, 2007.
4. Hirsh, M., Smale, S., ?Differential Equations, Dynamical systems and Linear Algebra?, Academic Press, Inc., 1974.
5. Kreyszig, E., ?Advanced Engineering Mathematics?, Wiley, 8th edition, 1999.
6. Zill, D., ?Advanced Engineering Mathematics?, Jones and Bartlett, 2005.
7. Boyce, W., DiPrima, R., ?Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valor de Contorno?, Livros Técnicos e Científicos, Editora, 1998.
8. Figueiredo, D., ?Análise de Fourier e Equações Diferenciais Parciais?, Projeto Euclides 1997.

---

**10. Data de aprovação em CTC** 2024-07-17



Ficha de Unidade Curricular A3ES  
Equações Diferenciais e Transformadas  
Licenciatura em Engenharia Física Aplicada  
2024-25

---

11. Data de aprovação em CP 2024-06-26