instituto superior de engenharia de lisboa

Ficha de Unidade Curricular A3ES
Métodos Matemáticos em Engenharia Biomédica
Mestrado em Engenharia Biomédica

2025-26

1. Designação da unidade curricular

[4266] Métodos Matemáticos em Engenharia Biomédica / Mathematical Methods in Biomedical Engineering

2. Sigla da área científica em que se insere	EB
3. Duração	Unidade Curricular Semestral
4. Horas de trabalho	130h 00m
5. Horas de contacto	Total: 60h 00m das quais T: 30h 00m | TP: 30h 00m
6. % Horas de contacto a distância	Sem horas de contacto à distância
7. ECTS	5
8. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular	[1286] José Alberto de Sousa Rodrigues | Horas Previstas: 60 horas
9. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular	Não existem docentes definidos para esta unidade curricular

10. Objetivos de aprendizagem e a sua compatibilidade com o método de ensino (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes).

Após aprovação na unidade curricular, o aluno deverá ser capaz de:
1. Compreender o processo de modelação inerente à resolução de um problema concreto.
2. Discutir a formulação de modelos utilizando técnicas analíticas.
3. Utilizar técnicas e métodos computacionais adequados para o estudo da dinâmica de um modelo.
4. Validar um modelo e estimar parâmetros.
5. Empreender uma análise qualitativa das soluções obtidas.
6. Interpretar os resultados obtidos no processo de modelação.
7. Aplicar os conceitos abordados na modelação de diferentes mecanismos naturais.
8. Identificar e utilizar os temas abordados na resolução de problemas no contexto da Engenharia Biomédica.

10. Intended Learning objectives and their compatibility with the teaching method (knowledge, skills and competences by the students).

After the student receives approval on the curricular unit, he should be able to:
1. Understand the modelling process necessary to solve a practical problem.
2. Discuss the models formulation using analytical techniques.
3. Use techniques and computational methods to study the models dynamics.
4. Validate a model and estimate parameters.
5. Undertake a qualitative analysis of the solutions.
6. Interpret the results of the modelling process.
7. Apply the studied concepts to model several natural mechanisms.
8. Identify and use the studied subjects in the resolution of problems in the context of the Biomedical Engineering.

11. Conteúdos programáticos

1. A modelação matemática na Engenharia Biomédica.
2. Dinâmica unidimensional. Modelos discretos e modelos contínuos, lineares e não-lineares. Comportamento qualitativo geral das soluções, critérios de estabilidade de pontos de equilíbrio. Pontos periódicos e ciclos limite. Pontos de bifurcação e caos.
3. Sistemas dinâmicos discretos. Exemplos concretos de modelos e suas propriedades gerais. A álgebra matricial e os modelos fisiológicos. Valores próprios, vectores próprios e o comportamento assimptótico das soluções.
4. Sistemas dinâmicos contínuos. Exemplos concretos de modelos e suas propriedades gerais. Análise no plano de fases e estabilidade.
5. Estudo de modelos com Equações Diferenciais Parciais e métodos de resolução analíticos e numéricos

6. Anatomia de algumas aplicações atuais no contexto da Engenharia Biomédica:
6.1 Modelos fisiológicos;
6.2 Farmacocinética e farmacodinâmica;
6.3 Crescimento, morte, diferenciação e migração de células;
6.4 Epidemiologia.

11. Syllabus

1. Mathematical modeling in Biomedical Engineering.
2. One-dimensional population dynamics. Discrete and continuous models, linear and nonlinear models. General behavior of qualitative solutions, stability criteria of equilibrium points. Periodic points and limit cycles. Bifurcation points and chaos.
3. Discrete dynamical systems. Concrete examples of models and their general properties. Matrix algebra and population models. Eigenvalues, eigenvectors and the asymptotic behavior of the solutions.
4. Continuous dynamical systems. Concrete examples of models and their general properties. Phase plane analysis and stability.
5. Modelling by Partial Differential Equations, resolution by analytical and numerical methods.
6. Anatomy of current applications in the context of Biomedical Engineering:

6.1 Fisiological models,
6.2 Pharmacokinetics and pharmacodynamics;

6.3 Cell growth, death, differentiation and migration;

6.4 Epidemiology.

12. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

O objectivo programático 1 é cumprido com a apresentação do conteúdo programático 1.
Os objectivos programáticos 2, 3, 4, 5 e 6 são cumpridos com a apresentação dos conteúdos programáticos 2, 3, 4 e 5, nos quais são amplamente desenvolvidas as capacidades de análise e interpretação de modelos.
Os objectivos programáticos 7 e 8 são cumpridos com a apresentação do conteúdo programático 6.
Para além da teoria estudada em cada capítulo, o recurso sistemático a problemas que ilustram os diferentes conceitos
ministrados, traduz-se numa maior motivação, eficácia e espectro da aprendizagem por parte dos alunos.

As aplicações concretas possibilitam:
transmitir o facto de que a teoria estudada permite a análise e caracterização de modelos de sistemas biológicos;
praticar a formulação matemática de problemas, sua resolução e crítica dos resultados obtidos;
ajudar os alunos a reconhecer os conceitos e técnicas estudados quando estes surgirem em outros cursos da sua trajectória académica.

12. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit´s intended learning outcomes

Program objective 1 is met with the presentation of the programmatic content 1.
Programmatic objectives 2, 3, 4, 5 and 6 are met with the presentation of programmatic content 2, 3, 4 e 5, in which the capabilities of model analysis and interpretation are widely developed.
Program objectives 7 and 8 are met with the presentation of the programmatic content 6.

Besides the theory studied in each chapter, the systematic use of problems that illustrate the different concepts taught, translates into a greater motivation, effectiveness and spectrum of the students' learning.

The concrete applications enable:

to transmit the fact that the theory studied allows the analysis and characterization of models of biological systems;
to practise the mathematical formulation of problems, their resolution and criticism of the results obtained;
to help students recognize the concepts and techniques studied when they appear in other courses of their academic trajectory.

13. Metodologias de ensino e de aprendizagem específicas da unidade curricular articuladas com o modelo pedagógico

Nesta unidade curricular, utilizaremos a metodologia de Aprendizagem Baseada em Problemas complementada por métodos ativos. Os alunos serão envolvidos na discussão dos modelos matemáticos e dos respectivos resultados, promovendo uma participação ativa no processo de aprendizagem. Isso permitirá o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas e pensamento crítico, enquanto os alunos aplicam os conhecimentos teóricos em situações práticas e reais.

O método de avaliação contempla avaliação distribuída com exame final:
A avaliação distribuída é feita pela submissão, em dois momentos diferentes, da resolução individual de uma coleção de problemas propostos, complementada pela sua discussão oral.
A submissão das duas coleções de resolução de problemas será feita durante a parte letiva do semestre.

A nota final do aluno (NF) será obtida através da fórmula
$NF = 0,5 * NE + 0,5 * ND$
com NE a nota obtida no exame e ND a nota da avaliação distribuída. Para aprovação: NF>=9.50 e NE>=9.50

13. Teaching and learning methodologies specific to the curricular unit articulated with the pedagogical model

In this course unit, we will use Problem-Based Learning methodology, complemented by active methods. Students will be engaged in discussing models and their respective results, fostering active participation in the learning process. This approach will develop problem-solving skills and critical thinking, as students apply theoretical knowledge to practical, real-world situations.

The assessment method includes distributed assessment with a final exam:
The distributed evaluation is done by submission, at two different times, the individual resolution of a collection
of proposed problems, complemented by their oral discussion. Submission of the two problem solving collections will be done during the academic part of the semester.
The student's final grade (NF) will be obtained using the formula
NF = 0.5 * NE + 0.5 * ND
with NE the grade obtained in the exam and ND the grade from the distributed assessment. For approval: NF>=9.50 and NE>=9.50

14. Avaliação

Nesta unidade curricular, utilizaremos a metodologia de Aprendizagem Baseada em Problemas complementada por métodos ativos. Os alunos serão envolvidos na discussão dos modelos matemáticos e dos respectivos resultados, promovendo uma participação ativa no processo de aprendizagem. Isso permitirá o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas e pensamento crítico, enquanto os alunos aplicam os conhecimentos teóricos em situações práticas e reais.

O método de avaliação contempla avaliação distribuída com exame final:
A avaliação distribuída é feita pela submissão, em dois momentos diferentes, da resolução individual de uma coleção de problemas propostos, complementada pela sua discussão oral.
A submissão das duas coleções de resolução de problemas será feita durante a parte letiva do semestre.

A nota final do aluno (NF) será obtida através da fórmula
NF = 0,5 * NE + 0,5 * ND
com NE a nota obtida no exame e ND a nota da avaliação distribuída. Para aprovação: NF>=9.50 e NE>=9.50

14. Assessment

In this course unit, we will use Problem-Based Learning methodology, complemented by active methods. Students will be engaged in discussing models and their respective results, fostering active participation in the learning process. This approach will develop problem-solving skills and critical thinking, as students apply theoretical knowledge to practical, real-world situations.

The assessment method includes distributed assessment with a final exam: The distributed evaluation is done by submission, at two different times, the individual resolution of a collection of proposed problems, complemented by their oral discussion. Submission of the two problem solving collections will be done during the academic part of the semester. The student's final grade (NF) will be obtained using the formula NF = 0.5 * NE + 0.5 * ND with NE the grade obtained in the exam and ND the grade from the distributed assessment. For approval: NF>=9.50 and NE>=9.50

15. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

As aulas teórico-práticas são essenciais a uma rigorosa e completa cobertura dos tópicos do programa, enquanto que a resolução de problemas no contexto da Engenharia Biomédica permite ilustrar a aplicação prática dos conceitos e ferramentas estudados. O trabalho individual desenvolverá a autoconfiança nos processos de resolução de problemas e a análise crítica dos resultados.

15. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit´s intended learning outcomes

The theoretical-practical classes are essential to a rigorous and complete coverage of the topics of the program, while the problem solving in the context of the Biomedical Engineering allows to illustrate the practical application of the concepts and tools studied. Individual work will develop self-confidence in problem-solving processes and critical analysis of results.

16. Bibliografia de consulta/existência obrigatória

J. Bronzino, D. Peterson; Biomedical Engineering Fundamentals (The Biomedical Engineering Handbook, Fourth Edition), CRC Press Taylor & Francis, 2015.

S. Dunn, A. Constantinides, P. Moghe; Numerical Methods in Biomedical Engineering: A volume in Biomedical Engineering, Academic Press, 2006.

J. Enderle, J. Bronzino, Introduction to Biomedical Engineering, 3 rd Edition, Elsevier, 2012.

D. Kaplan, L. Glass; *Understanding nonlinear dynamics* , Springer-Verlag, 1998.

G. Ledder, *Mathematics for the Life Sciences* , Springer, 2013.

G. de Vries, T. Hillen, M. Lewis, J. Müller, B. Schönfisch; *A course in mathematical biology* , Siam, 2006.

N. Britton, *Essential mathematical biology* , Springer-Verlag, 2003.

17. Observações

Unidade Curricular Opcional